

Warum ist der Unterschied zw. bspw. Minimum und Infimum wichtig?

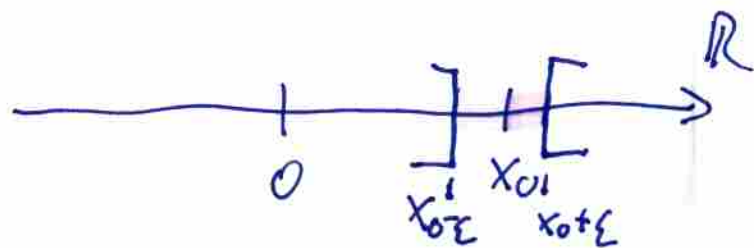
Def.: Unter einer ε -Umgebung der reellen Zahl x_0 verstehen wir

$$]x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon[\quad \text{d.h.} \quad \{x \in \mathbb{R} \mid x - \varepsilon < x_0 < x + \varepsilon\}$$

→ Kein Min und kein Max

→ Supremum bei $x_0 + \varepsilon$

Infimum bei $x_0 - \varepsilon$



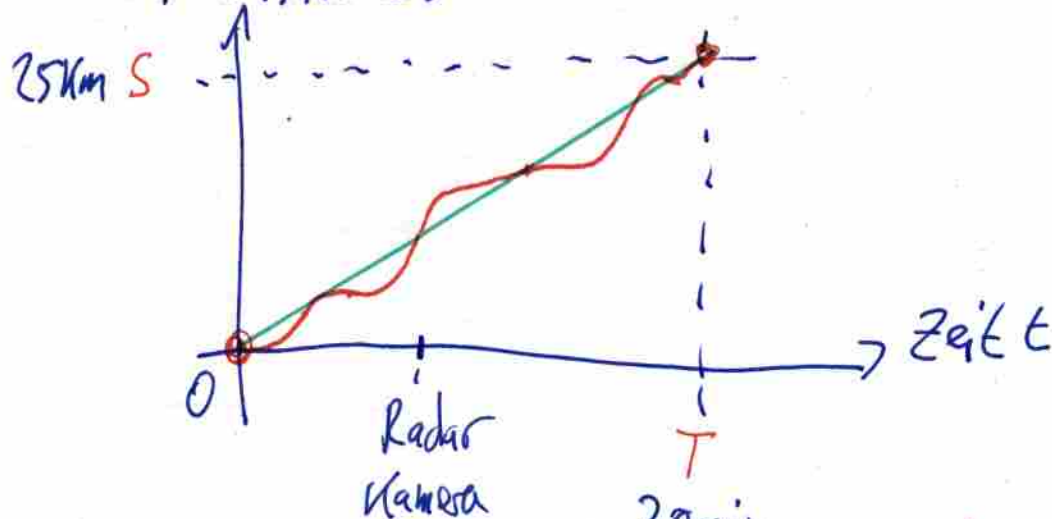
$|\varepsilon|$ seeeeehr klein und noch
viel kleiner
und noch viel kleiner...
„infinitesimal klein“

$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon}$ ist definiert
 $\hookrightarrow$ ausführbar!

falls einseitig $]0; x_0 + \varepsilon[$

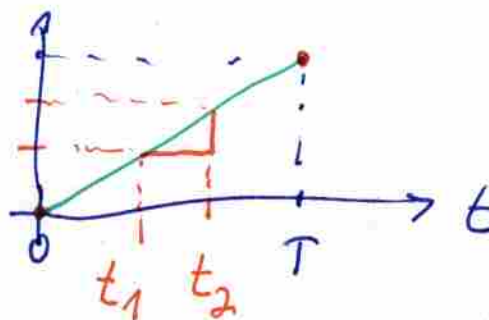
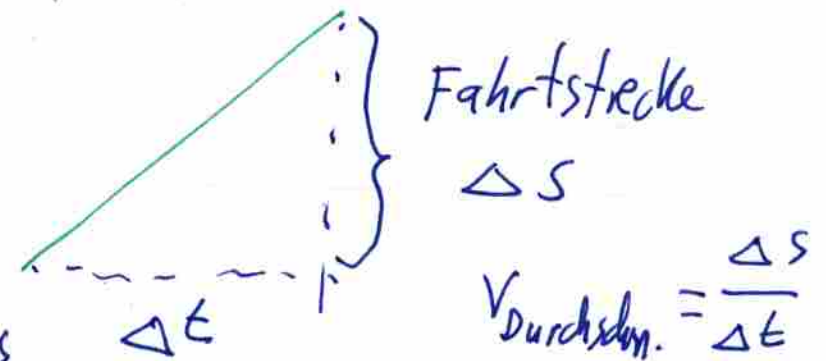
Fahrt durch Nürnberg

Fahrtstrecke s



Durchschnittsgeschw.:

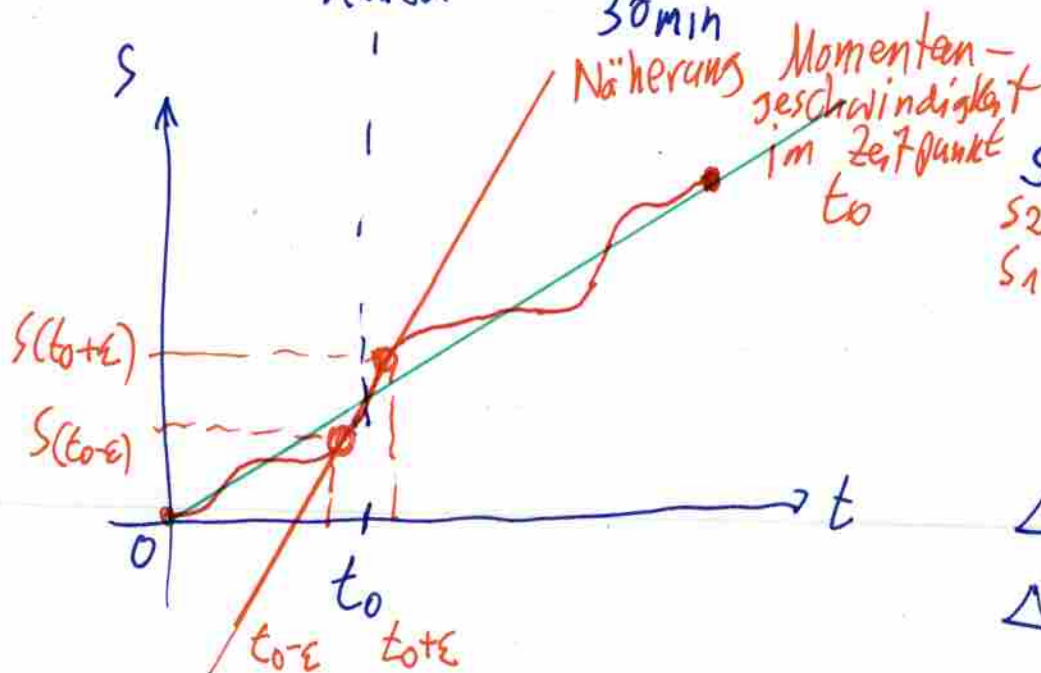
$$\frac{25 \text{ km}}{30 \text{ min}} = \frac{50 \text{ km}}{h} = \checkmark$$

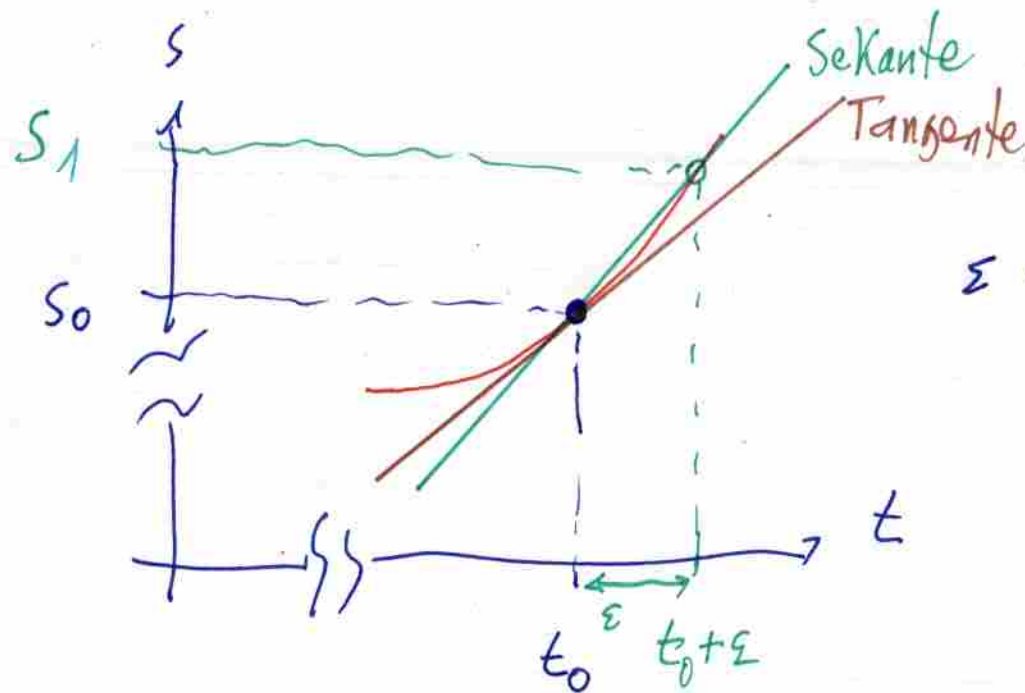


$$\frac{s}{T} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

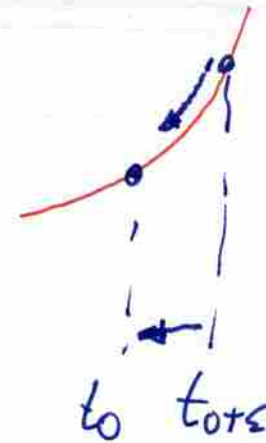
Steigungsdreieck

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = t_2 - t_1 \\ \Delta s = s_2 - s_1 \end{array} \right\} v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$





ε wird kleiner



Sekante: Schätzwert für den Momentanwert

→ Steigungsdreieck

$$\frac{s(t_0 + \varepsilon) - s(t_0)}{t_0 + \varepsilon - t_0} = \frac{\Delta s(t)}{\Delta t}$$

Differenzen-
quotient

Tangente: Exakter Wert

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{s(t_0 + \varepsilon) - s(t_0)}{t_0 + \varepsilon - t_0} =: \frac{ds(t)}{dt}$$

Differenzialquotient

↑ Differenzialoperator

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto f(x)$$

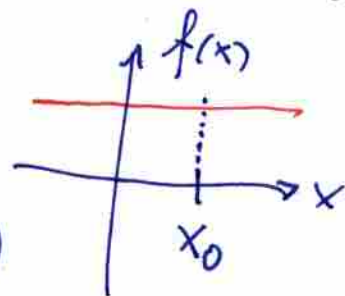
Fragestellung: Wie berechne ich zu einer (beliebigen) Funktion f die Steigung (= Tangente) in einem Punkt x_0 ?

$$f'(x_0) := \frac{df(x_0)}{dx} := \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \varepsilon) - f(x_0)}{x_0 + \varepsilon - x_0}$$

↑ "Die (erste) Ableitung der Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = x_0$ "

z.B. $f(x) = c \quad c \in \mathbb{R}$

$$f'(x_0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{c - c}{x_0 + \varepsilon - x_0} = \frac{0}{\varepsilon} = 0$$



↓ Weggehen von einer konkreten Stelle x_0 hin zu einer beliebigen

$f'(x)$ "Ableitungsfunktion zur Stelle x Funktion $f(x)$ "

Tabelle von Ableitungsfunktionen:

$f(x)$	$f'(x)$	
c	0	$c \in \mathbb{R}$
$m \cdot x$	m	$m \in \mathbb{R}$
x^2	$2 \cdot x$	
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	
...		
e^x	e^x	
a^x	$a^x \cdot \ln(a)$	$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
...		
$\sin(x)$	$\cos(x)$	
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	
...		

1. Bin. Formel

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$f(x) = m \cdot x$ (Gerade mit Steigung m)

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{m \cdot (x+\varepsilon) - m \cdot x}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{m \cdot x + m \cdot \varepsilon - m \cdot x}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{m \cdot \varepsilon}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} m = m$$

Aufgabe:

$f(x) = x^2$

$$f'(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\varepsilon) - f(x)}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{(x+\varepsilon)^2 - x^2}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^2} + 2 \cdot x \cdot \varepsilon + \varepsilon^2 - \cancel{x^2}}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{2 \cdot x \cdot \varepsilon + \varepsilon^2}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (2 \cdot x + \varepsilon) = 2 \cdot x$$

Geschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$

Beschleunigung $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

↳-Technik:

$\underline{u} \downarrow \quad \frac{1}{T} \quad \underline{i}(t) = C \cdot \frac{d\underline{u}(t)}{dt}$

Anwendung

6

Linearität: hoch 1
hoch 2: nicht linear

$(x+y)^1 = x+y$

$(x+y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$

nicht-
Linearität

Rechenregeln:

gegeben: zwei Funktionen $g(x)$ und $h(x)$

① $(g(x) \pm h(x))' = g'(x) \pm h'(x)$
② $(c \cdot g(x))' = c \cdot g'(x)$

Das Ableiten ist eine lineare mathem. operation $c \in \mathbb{R}$

③ $(g(x) \cdot h(x))' = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$ $(g \cdot h)' = g' \cdot h + g \cdot h'$

④ $\left(\frac{g(x)}{h(x)}\right)' = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$

⑤ Kettenregel: $(g(h(x)))' = g'(h(x)) \cdot h'(x)$ ⚡ 17

$h(x)$ innere Funktion

$g(\xi)$ äußere Funktion

gr. ξ →

Beispiel: $f(x) = \sin(2 \cdot x)$

äußere Fkt.: $\sin(\xi)$

innere Fkt.: $x = 2 \cdot \xi$

z.B. $(\sin(2 \cdot x))' = \underbrace{\cos(2 \cdot x)}_{\text{äußere}} \cdot \underbrace{2}_{\text{innere}}$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$g(\xi) = \sin(\xi)$$

$$g'(\xi) = \cos(\xi) \quad \text{äußere}$$

$$h(x) = 2 \cdot x \quad \text{Abb.}$$

$$h'(x) = 2 \quad \text{innere}$$

$$(e^{x^2})' = e^{x^2} \cdot 2x$$

Äußer $e^{\xi} \rightarrow e^{\xi}$
 Innerer: $x^2 \rightarrow 2x$

$$\left(3 \cdot \sin(x^2) - e^{\sin(2 \cdot x)} \right)'$$

$$= \left(3 \cdot \sin(x^2) \right)' - \left(e^{\sin(2 \cdot x)} \right)'$$

$$= \underbrace{3 \cdot (\sin(x^2))'}_{\text{Kettenregel 2-mal!}} - \underbrace{\left(e^{\sin(2 \cdot x)} \right)'}_{(2 \cdot x)' = 2}$$

$$\left(3 \cdot \cos(x^2) \cdot 2x - \left(e^{\sin(2 \cdot x)} \cdot \cos(2 \cdot x) \cdot 2 \right) \right)'$$

$$\left(2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x^2) \right)'$$

Produktregel: $(g \cdot h)' = g' \cdot h + g \cdot h'$

$$= 2 \cdot \left(\cos(x) \cdot \cos(x^2) + \sin(x) \cdot (-\sin(x^2)) \cdot 2x \right)$$

$$= 2 \cdot \left(\cos(x) \cdot \cos(x^2) - \sin(x) \cdot \sin(x^2) \cdot 2x \right)$$

15.9c) $f(x) = x^{10} + x^5 - x^7 - e^{\frac{\sin(x)}{\cos(x)}}$ $\leftarrow$ Kein x !
 Gliedweise
 (Summenregel) $f'(x) = 10 \cdot x^9 + 5 \cdot x^4 - 7 \cdot x^6$ 0 $\Rightarrow$ Konstante

15.9d) $f(x) = \sin(\cos(x))$ außere: $\sin(x) \rightarrow \cos(x)$
 $f'(x) = \cos(\cos(x)) \cdot (-\sin(x))$ innere: $\cos(x) \rightarrow -\sin(x)$
 $= -\sin(x) \cdot \cos(\cos(x))$

(Fast) alles hat eine Umkehrung

Umkehrung Differenzieren $\longleftrightarrow$
 Integrieren

$$x^2 \rightarrow \sqrt{x}$$

$$\sin(x) \rightarrow \arcsin(x)$$

$$\text{Allg. } 0 \rightarrow 0^{-1}$$

Operation

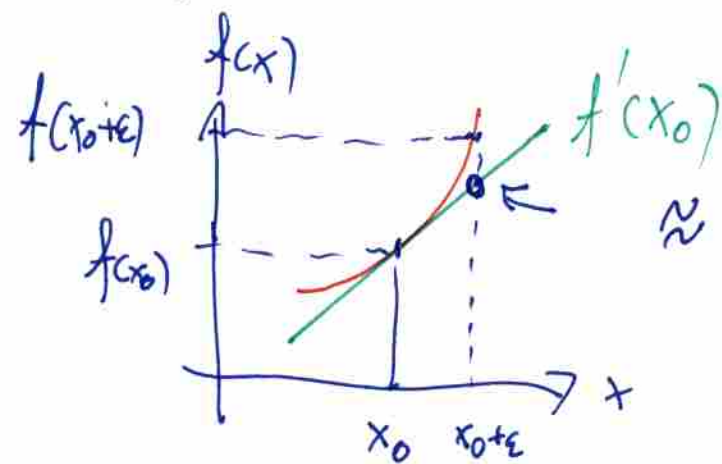
Gesamtgröße $\xrightarrow{\text{Ableitung}}$ Änderungsrate

Änderungsrate $\xrightarrow{\text{Integration}}$ Gesamtänderung

Startwert + Gesamtänderung = Gesamtgröße

Newton'sches Approximationsverfahren

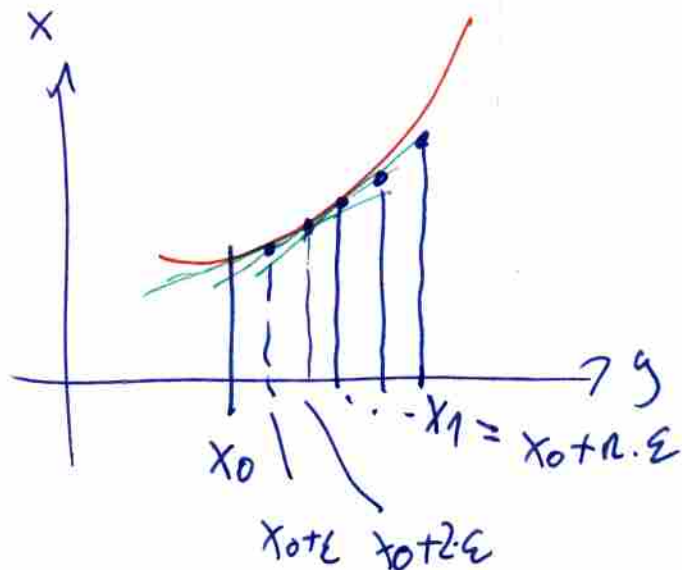
Differential $dy = df(x_0)$ Änderung von $y = f(x)$ an der Stelle x_0



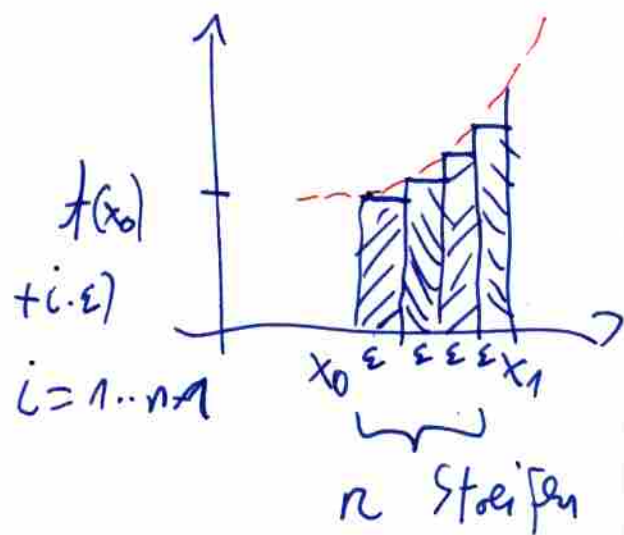
$$\approx f(x_0) + \epsilon \cdot f'(x_0)$$

„Linearisieren einer Funktion in der Nähe von x_0 “

z.B. $f(x) = x^2$
 $f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = 2x$



(Wenn ich n „Streifen“ habe)



Riemann:

Fläche unter Funktion von $x_0 \dots x_1$

$$A \approx \sum_{i=1}^n \epsilon \cdot f\left(x_0 + i \cdot \frac{x_1 - x_0}{n}\right)$$

$$\begin{matrix} \epsilon \rightarrow 0: \\ n \rightarrow \infty \end{matrix} \quad \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}}$$

$$\dots =: \int_{x_0}^{x_1} f(x) \cdot dx$$

Integraloperator

Differenzieren = Integrieren⁻¹

12

$$f(x) = 3 \cdot x^2$$

$$f'(x) = 6 \cdot x$$

$$f'(x) = 6 \cdot x$$

$$\int f'(x) \cdot dx = \int 6 \cdot x \cdot dx = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 + C \\ = 3 \cdot x^2 + C$$

$$(3 \cdot x^2)' = 6 \cdot x$$

$$(3 \cdot x^2 + 42)' = (6 \cdot x + 0) = 6 \cdot x$$

$$(3 \cdot x^2 - 1234)' = (6 \cdot x - 0) = 6 \cdot x$$

Nicht integrierbar

$$\left(e^{-x^2} \right)' = e^{-x^2} \cdot (-2x)$$

$$F(x) = ?$$

$$F'(x) = f(x)$$

Stammfunktion

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Form der
Gaußschen Normal-
verteilung

$F(x)$ Keine analytische
Funktion

↓
näherungsweise
über Reihenentwicklung
berechenbar

$$\int_a^b f(x) \cdot dx$$

„Bestimmtes Integral“

Fläche unter dem Funktionsgraphen von $x=a$ bis $x=b$

Zahl / Term konkreter Wert

$F(x)$ eine Stammfunktion zu $f(x)$ mit:

$$(F(x))' = f(x)$$

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$$

} Hauptsatz
der
Analysis

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$$

„Unbestimmtes Integral“

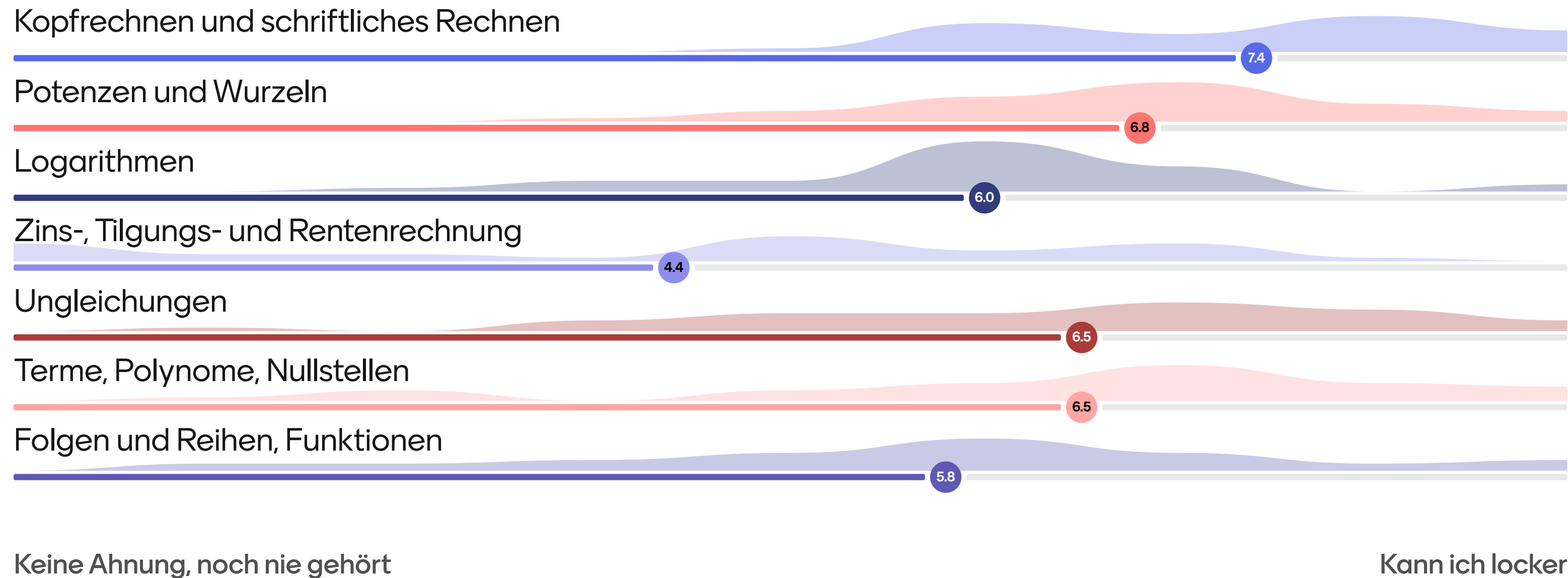
Funktion

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) \cdot dx &= (F(b) + C) - (F(a) + C) \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$

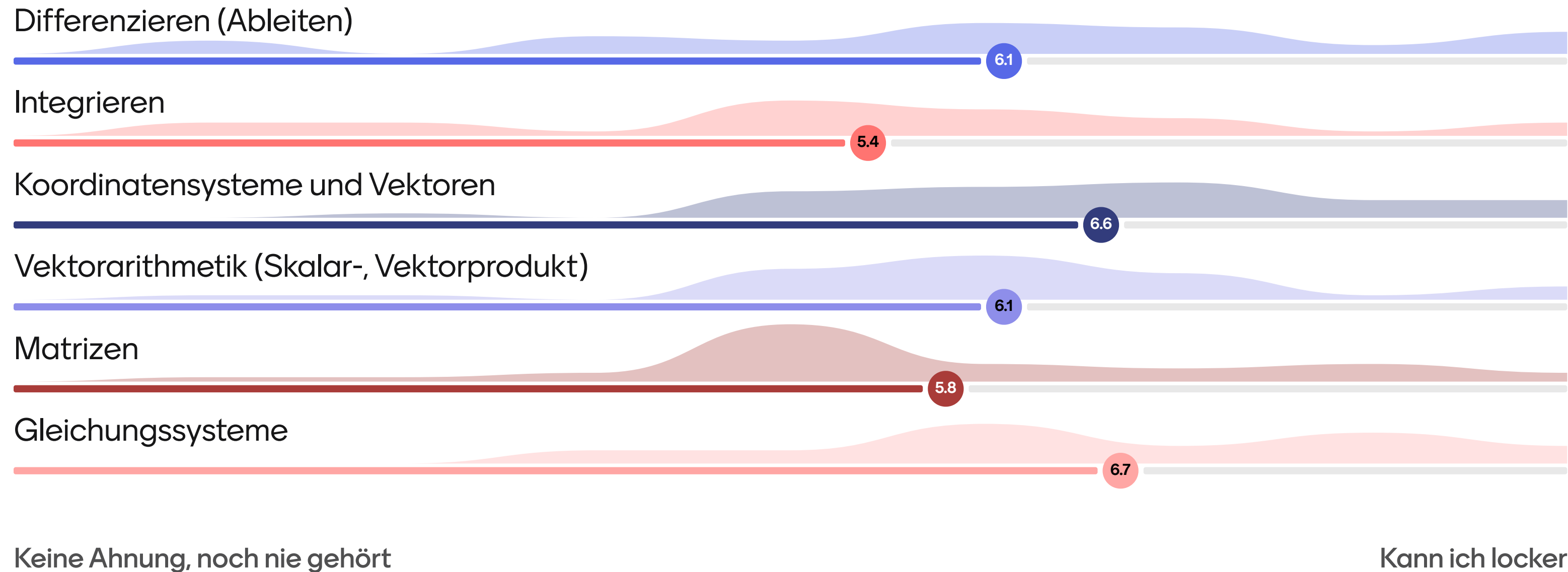
Wurden Ihre Erwartungen erfüllt?



Wie schätzen Sie Ihre Kenntnisse jetzt ein? (1 von 2)



Wie schätzen Sie Ihre Kenntnisse jetzt ein? (2 von 2)



Bitte eine kurze Bewertung

Stoffumfang



Tempo



Qualität Unterlagen



Tiefgang der einzelnen Themen



Wie hilfreich waren die Beispiele?



Zu wenig / langsam / schlecht

Zu viel / schnell / gut

Bitte eine kurze Bewertung

Verständlichkeit



Vortragstil des Dozenten



Authentizität des Dozenten



Zu wenig / langsam / schlecht

Zu viel / schnell / gut

Haben Sie etwas vermißt? Was hat gefehlt? Was war zu kurz?

Ebenen (Schnittpunkte, schnittgeraden,...)

Nein, war nicht zu lang und nicht zu kurz

Ne

Einen deutlicheren roten Faden und eine bessere Abstimmung mit den vorherigen Dozenten. Bleiben Sie so wie Sie sind, Herr Drescher :) Sehr authentisch mit Abstechern über die Mathematik hinaus

Etwas Anwendungsorientiertere Beispiele an denen die Theorie Schritt für Schritt entwickelt wird

Erläuterungen an sehr einfachen Beispielen. Manchmal wurde es recht schnell sehr intensiv.

Zusammen mehr Übungen machen bzw. selber rechnen und dann nochmal zusammen rechnen zum überprüfen

Es war schnell, aber das muss ja sein, sonst kommt man nicht durch. Trotzdem wurde alles gut, verständlich und nachvollziehbar erklärt. Insgesamt war ich mit dem Ablauf und der Erklärung zufrieden

Haben Sie etwas vermißt? Was hat gefehlt? Was war zu kurz?

Richtig nett gemacht

Hat gut für einen
Überblick geholfen

Es war schnell, aber das muss ja
sein, sonst kommt man nicht
durch. Trotzdem wurde alles
gut, verständlich und
nachvollziehbar erklärt.
Insgesamt war ich mit dem
Ablauf und der Erklärung
zufrieden

Nein, war super, vielen
Dank!

Hat gepasst, würde ich
sagen. Wie gesagt, alles
bisschen schnell, aber das
muss ja so sein. Sonst
kommt man nicht durch

Nein

Alles war gut

Nein war super.

Haben Sie etwas vermißt? Was hat gefehlt? Was war zu kurz?

Integralrechnung kam leider etwas zu kurz aber das war ja auch eher dem geschuldet, dass der Rest so gut und ausführlich beschrieben wurde und sie immer auf Fragen eingegangen sind.

beispiele wären schön wenn die rechen schritte auch wenn sie trivial erscheinen ausgeführt werden oder auch kompliziertere beispiele etwas feiner zerlegen

Integral Berechnung ist leider etwas kurz gekommen. Manchmal konnte ich nicht einschätzen ob die Vertiefungen die wir gemacht haben jetzt für den Brückenkurs notwendig sind. Im Ganzen aber echt super

Die Zeit war recht Kurz, nicht am Tag, sondern die Woche an sich

Sehr positiv: Verständlich und sehr detailliert Erklärt Kleiner Negativ Punkt: Manchmal die Struktur verloren beim Vortrag (Abdriften von Themen)
Insgesamt: Sehr gut, vielen Dank

Wäre schön gewesen, wenn man gewisse Fachwörter oder Symbole von der Formel nochmal erklärt hätte. z.B. das Symbol von Integral (Was ist ein Integral ?) oder Logarithmus (was ist Lg und Ln gewesen ?)

Wollen Sie noch etwas sagen?

Vielen Dank für den ruhigen Erklärungsstyle

Ne

Danke

Ein schönes Wochenende und Weinfest. Kurieren Sie sich nachdem desinfizieren mit dem Wein gut aus :)

Vielen Dank für Ihre Mühen. Sie haben einen sehr schönen Vortragsstil und „lesen“ nicht nur. Das war sehr angenehm. Vielen Dank auch für das Angebot und nach dem Kurs zu unterstützen.



Herzlichen Dank für die Auffrischung!

Sehr gut gemacht.

Wollen Sie noch etwas sagen?

Sie sind ein guter Dozent. Sie erklären die Inhalte verständlich und anschaulich. Ihre freundliche Art und die klare Vermittlung machen den Unterricht angenehm und helfen dabei, alles gut zu verstehen

DANKE :)

Gut und ausführlich erklärt. Ich habe noch viel Selbststudium vor mir, doch der Kurs hat geholfen!

Danke für Ihre Zeit!

es hat spaß gemacht und bei vielem geholfen

Vielen Dank für die vielen Erklärungen und Vorallem auch danke für das Skript und übungsskript

Sie haben eine sehr nette Persönlichkeit. Es hat sehr viel Spaß gemacht und ihre Anekdoten waren ganz witzig.

Vielen Dank für die sehr lehrreichen Tage bzw Stunden, es hat mir sehr geholfen ohne Abitur trotzdem einen guten und verständlichen Einblick zu bekommen, was mich im Studium erwarten wird.

Wollen Sie noch etwas sagen?

Vielen Dank für Ihre Zeit, Ihre Bemühungen und Ihr Wissen. Sowie für das Skript, Übungen und Ihre Notizen. Das war und ist alles sehr hilfreich. Vielen ♥-lichen Dank dafür ^^

Aufgrund der Geschwindigkeit des Unterrichts viel es mir zwar manchmal ein wenig schwer zu folgen, v.a. bei Themen, die ich in der FOS nicht hatte, wie bspw. Matrizen. Kurs Insgesamt aber trzd. gut.