Inhaltsverzeichnis

1 Griechische Buchstaben **3**

2 SI-Präfixe **3**
2.1 SI-Präfixe für dezimale Vielfache . . . 3
2.2 SI-Präfixe für binäre Vielfache . . . 3

3 Mathematische Konstanten **3**

4 Naturkonstanten **3**

5 Einige mathematische Grundlagen **4**
5.1 Elementare Mathematik . . . 4
5.2 Trigonometrie . . . 5
5.3 Differential- und Integralrechnung . . . 5
5.4 Einige elementare Ableitungen und unbestimmte Integrale (in $\mathbb{R}$) . . . 5
5.5 Faltung . . . 6
5.6 Distributionen . . . 6
5.7 Vektorrechnung . . . 7
5.8 Vektor-Analysis (3-dimensional) . . . 7
5.9 Fourier- und Laplace-Transformation . . . 8

6 Metrologie **9**

7 Elementare (Newton'sche) Mechanik / Dynamik **10**
7.1 Begriffe und Definitionen . . . 10
7.2 Newtons Axiome . . . 10
7.3 ... Folgerungen . . . 10
7.4 Relativistische Mechanik . . . 11

8 Technische Mechanik - Statik **12**
8.1 Kräftegruppen . . . 12
8.2 Lager . . . 12
8.3 Fachwerke . . . 12
8.4 Schwerpunkt . . . 12
8.5 Reibung . . . 14
8.6 Festigkeitslehre . . . 15
8.7 Flächenträgheitsmomente . . . 15
8.8 Schnittgrößen . . . 16
8.9 Balkenbiegung . . . 16
8.10 Randbedingungen an Lagerstellen . . . 16
8.11 Schubspannungen durch Querkräfte . . . 16
8.12 Torsion . . . 16
8.13 Polares Flächenträgheits- bzw. Widerstandsmoment . . . 17

9 Toleranzen **18**
9.1 Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768 Teil 1 . . . 18
9.2 Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768 Teil 2 . . . 18
9.3 DIN EN ISO 286 Teil 1 (Auszug) . . . 19
9.4 DIN EN ISO 286 Teil 2 für Wellen / Außenmaße (Auszug) . . . 19
9.5 DIN EN ISO 286 Teil 2 für Bohrungen / Innenmaße (Auszug) . . . 20
9.6 DIN 16742 für Kunststoffteile (Spritzguß u.ä. Verfahren) . . . 20

10 Werkstoffbezeichnungen **22**
10.1 DIN EN 10027-1 Variante 1: Stahl nach Verwendung und Eigenschaften . . . 22
10.2 DIN EN 10027-1 Variante 2: Stahl nach chemischer Zusammensetzung . . . 25

11 Technische Mechanik - Statik **28**
11.1 Kräftegruppen . . . 28
11.2 Lager . . . 28
11.3 Fachwerke . . . 28

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

11.4 DIN EN 10027-2: Werkstoffnummern . . . 30
11.5 DIN EN 1560-11: Eisen-Gusswerkstoffe . . . 31
11.6 Nichteisen-Metallwerkstoffe . . . 33

12 Klassische Materievorstellung, Thermodynamik **35**
12.1 Allgemeines, Strömungsmechanik . . . 35
12.2 Wärmelehre . . . 35
12.3 Zustandsgleichungen . . . 36
12.4 Thermodynamische Grundlagen . . . 36

13 Schwingende Systeme (ein Freiheitsgrad) **37**
13.1 Allgemeines . . . 37
13.2 Erzwungene Schwingungen am allgemeinen dynamischen System (harmonische Anregung) . . . 38
13.3 Schwebungsgleichungen des gekoppelten Zweipunkt-Systems . . . 38

14 Wellen **38**
14.1 Allgemeine Betrachtungen . . . 38
14.2 Schallwellen . . . 39
14.3 Musikalische Grundlagen . . . 39

15 Optik **40**
15.1 Wellenoptik . . . 40
15.2 Strahlenoptik . . . 40

16 Quantenphysik **40**
16.1 Schrödingergleichung . . . 40
16.2 Materiewellen . . . 40
16.3 Stehende Materiewellen . . . 41
16.4 Elektronen im Feld eines Atomkernes, Orbitale . . . 41
16.5 Quantenoptik . . . 42
16.6 Ergänzungen . . . 42
16.7 Bohrsches Atommodell (Wasserstoff) . . . 42

17 Elektrotechnik **43**
17.1 Schaltzeichen . . . 43
17.2 Elektrostatik . . . 43
17.3 Elektrisches Strömungsfeld . . . 44
17.4 Elektrische Netzwerkanalyse . . . 44
17.5 Magnetismus . . . 45
17.6 Wechselstromrechnung . . . 46
17.7 Elektrodynamik . . . 47

18 Elektronik **47**

19 Elektrische Maschinen **48**
19.1 Allgemeine Formelzeichen . . . 48
19.2 Grundlagen . . . 49
19.3 Zusammenstellung der wichtigsten Formeln des magnetischen Feldes . . . 49
19.4 Elektromagnete . . . 49
19.5 Transformatoren . . . 50
19.6 Kommutatormaschinen . . . 50
19.7 Asynchronmaschinen . . . 50
19.8 Synchronmaschinen . . . 51

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

1 Griechische Buchstaben

Alpha	α	A	Eta	η	H	Ny	ν	N	Tau	τ	T
Beta	β	B	Theta	$\theta\vartheta$	Θ	Xi	ξ	Ξ	Ypsilon	υ	Υ
Gamma	γ	Γ	Iota	ι	I	Omikron	o	O	Phi	$\phi\varphi$	Φ
Delta	δ	Δ	Kappa	κ	K	Pi	$\pi\varpi$	Π	Chi	χ	X
Epsilon	$\epsilon\varepsilon$	E	Lambda	λ	Λ	Rho	$\rho\varrho$	P	Psi	ψ	Ψ
Zeta	ζ	Z	My	μ	M	Sigma	$\sigma\varsigma$	Σ	Omega	ω	Ω

2 SI-Präfixe

2.1 SI-Präfixe für dezimale Vielfache

10^{-1}	Dezi	d	10^{-2}	Zenti	c	10^{-3}	Milli	m	10^{-6}	Mikro	μ
10^{-9}	Nano	n	10^{-12}	Pico	p	10^{-15}	Femto	f	10^{-18}	Atto	a
10^{-21}	Zepto	z	10^{-24}	Yokto	y	10^{-27}	Ronto	r	10^{-30}	Quekto	q
10^{1}	Deka	da	10^{2}	Hekto	h	10^{3}	Kilo	k	10^{6}	Mega	M
10^{9}	Giga	G	10^{12}	Tera	T	10^{15}	Peta	P	10^{18}	Exa	E
10^{21}	Zetta	Z	10^{24}	Yotta	Y	10^{27}	Ronna	R	10^{30}	Quetta	Q

2.2 SI-Präfixe für binäre Vielfache

$2^{10} = 1024$	Kibi	Ki	$2^{20} = 1\,048\,576$	Mebi	Mi
$2^{30} = 1\,073\,741\,824$	Gibi	Gi	$2^{40} = 1\,099\,511\,627\,776$	Tebi	Ti
$2^{50} = 1\,125\,899\,906\,842\,624$	Pebi	Pi	$2^{60} = 1\,152\,921\,504\,606\,846\,976$	Exbi	Ei
$2^{70} \approx 1{,}180\,591\,620\,717 \cdot 10^{21}$	Zebi	Zi	$2^{80} \approx 1{,}208\,925\,819\,615 \cdot 10^{24}$	Yobi	Yi
$2^{90} \approx 1{,}237\,940\,039\,285 \cdot 10^{27}$	Robi	Ri	$2^{100} \approx 1{,}267\,650\,600\,228 \cdot 10^{30}$	Quebi	Qi

3 Mathematische Konstanten

$\mathrm{e} \approx 2{,}718\,281\,828\,4\ldots^{+}$	$\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,5\ldots^{+}$	$\sqrt{2} \approx 1{,}414\,213\,562\,3\ldots^{+}$
$1/\mathrm{e} \approx 0{,}367\,879\,441\,1\ldots^{+}$	$2 \cdot \pi \approx 6{,}283\,185\,307\,1\ldots^{+}$	$\sqrt{2}/2 \approx 0{,}707\,106\,781\,1\ldots^{+}$
$\ln(2) \approx 0{,}693\,147\,180\,5\ldots^{+}$	$\varphi, T = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618\,033\,988\,7\ldots^{-}$	(*Goldener Schnitt*)

4 Naturkonstanten

Version: 2022 CODATA recommended values of the fundamental physical constants; gültig ab 20. Mai 2024.

Absoluter Nullpunkt $\boldsymbol{T_0}$	$T_0 = 0\,\mathrm{K} \approx -273{,}1500(50)\,^{\circ}\mathrm{C}$	$[T_0] = \mathrm{K}$
Tripelpunkt des Wassers	$273{,}16(0)\,\mathrm{K}$	
Avogadro-Zahl $\boldsymbol{N}_\mathrm{A}$	$N_\mathrm{A} = 6{,}022\,140\,76(0) \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$	
Allgemeine (molare) Gaskonstante $\boldsymbol{R}_\mathrm{m}$	$R_\mathrm{m} \approx 8{,}314\,462\,618\ \ldots\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$	
Molvolumen (Normvolumen) eines idealen Gases $\boldsymbol{V}_\mathrm{m}$ (@ $T = 273{,}15\,\mathrm{K}$, $p = 1013{,}25\,\mathrm{hPa}$	$V_\mathrm{m} \approx 22{,}413\,969\,54\ldots \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$	
Boltzmann-Konstante $\boldsymbol{k}_\mathrm{B}$	$k_\mathrm{B} = 1{,}380\,649(0) \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ $k_\mathrm{B} \approx 8{,}617\,333\,262\ \ldots \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eV\,K^{-1}}$	
Gravitations-Konstante $\boldsymbol{G}$	$G \approx 6{,}674\,30(15) \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$	
Mittlere Erdbeschleunigung (Normfallbeschleunigung) $\boldsymbol{g}_\mathrm{n}$	$g_\mathrm{n} \approx 9{,}806\,65\,\mathrm{m\,s^{-2}}$	
Mittlerer Luftdruck auf NN (Meeresspiegel)	$1013{,}25\,\mathrm{hPa} = 760\,\mathrm{Torr}$ @ $15\,^{\circ}\mathrm{C}$	
Elementarladung $\boldsymbol{e}$	$e = 1{,}602\,176\,634(0) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{A\,s}$	
→ Elektronenvolt eV	$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602\,176\,634(0) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{W\,s} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$	
Permittivität des Vakuums $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ (elektrische Feldkonstante)	$\varepsilon_0 \approx 8{,}854\,187\,818\,8(14) \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$ $\mathrel{\widehat{=}} \mathrm{A\,s\,V^{-1}\,m^{-1}} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{A^2\,s^4\,kg^{-1}\,m^{-3}}$	
Permeabilität des Vakuums $\boldsymbol{\mu_0}$ (magnetische Feldkonstante)	$\mu_0 \approx 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}} \approx$ $1{,}256\,637\,061\,27(20) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$ $\mathrel{\widehat{=}} \mathrm{N\,A^{-2}} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{kg\,m\,A^{-2}\,s^{-2}}$	
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $\boldsymbol{c_0}$	$c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = 299\,792\,458(0)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$	

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Planck'sches Wirkungsquantum $\boldsymbol{h}$	$h = 6{,}626\,070\,15(0) \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$ $h \approx 4{,}135\,667\,696\,\ldots \cdot 10^{-15}\,\mathrm{eV\,s}$
Dirac-Konstante (reduziertes Planck' sches Wirkungsquantum) $\hbar = \dfrac{h}{2 \cdot \pi}$	$\hbar \approx 1{,}054\,571\,817\,\ldots \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \mathrel{\widehat{=}} \mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$ $\hbar \approx 6{,}582\,119\,569\,\ldots \cdot 10^{-16}\,\mathrm{eV\,s}$
Atomare Masseneinheit u	$\{\mathrm{u}\} = \dfrac{1}{12} m \left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right) \approx 1{,}660\,539\,068\,92(52) \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Ruhemasse und –Energie des Elektrons $\boldsymbol{m_\mathrm{e}}$	$m_\mathrm{e} \approx 9{,}109\,383\,713\,9(28) \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ $m_\mathrm{e} \approx 5{,}485\,799\,090\,441(97) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{u}$ $m_\mathrm{e} \cdot c^2 \approx 510{,}998\,950\,69(16)\,\mathrm{keV}$
Ruhemasse und –Energie des Protons $\boldsymbol{m_\mathrm{p}}$	$m_\mathrm{p} \approx 1{,}672\,621\,925\,95(52) \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ $m_\mathrm{p} \approx 1{,}007\,276\,466\,578\,9(83)\,\mathrm{u}$ $m_\mathrm{p} \approx 1836{,}152\,673\,426(32) \cdot m_\mathrm{e}$ $m_\mathrm{p} \cdot c^2 \approx 938{,}272\,089\,43(29)\,\mathrm{MeV}$
Ruhemasse und –Energie des Neutrons $\boldsymbol{m_\mathrm{n}}$	$m_\mathrm{n} \approx 1{,}674\,927\,500\,56(85) \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ $m_\mathrm{n} \approx 1{,}008\,664\,916\,06(40)\,\mathrm{u}$ $m_\mathrm{n} \approx 1838{,}683\,662\,00(74) \cdot m_\mathrm{e}$ $m_\mathrm{n} \cdot c^2 \approx 939{,}565\,421\,94(48)\,\mathrm{MeV}$
Ruhemasse des Photon $\boldsymbol{m_\mathrm{Photon}}$	$m_\mathrm{Photon} = 0\,\mathrm{kg}$
Compton-Wellenlänge des Elektrons $\boldsymbol{\lambda_\mathrm{C,E}}$	$\lambda_\mathrm{C,E} = \dfrac{h}{m_\mathrm{e} \cdot c} \approx 2{,}426\,310\,235\,38(76) \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$
Compton-Wellenlänge des Protons $\boldsymbol{\lambda_\mathrm{C,P}}$	$\lambda_\mathrm{C,P} = \dfrac{h}{m_\mathrm{p} \cdot c} \approx 1{,}321\,409\,853\,60(41) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$
Compton-Wellenlänge des Neutrons $\boldsymbol{\lambda_\mathrm{C,N}}$	$\lambda_\mathrm{C,N} = \dfrac{h}{m_\mathrm{n} \cdot c} \approx 1{,}319\,590\,903\,82(67) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$
Feinstruktur-Konstante $\boldsymbol{\alpha}$ (Sommerfeld-Konstante)	$\alpha = \dfrac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar \cdot c} \approx 7{,}297\,352\,564\,3(11) \cdot 10^{-3}$
Bohrscher Radius $\boldsymbol{a_0}$	$a_0 = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar^2}{m_\mathrm{e} \cdot e^2} = \dfrac{\lambda_e}{2 \cdot \pi \cdot \alpha} \approx$ $5{,}291\,772\,105\,44(82) \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$
Rydberg-Konstante $\boldsymbol{R_\infty}$	$R_\infty = \dfrac{\alpha^2 \cdot m_\mathrm{e} \cdot c}{2 \cdot h} = \dfrac{m_\mathrm{e} \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c_0} \approx$ $10\,973\,731{,}568\,157(12)\,\mathrm{m^{-1}}$

5 Einige mathematische Grundlagen

5.1 Elementare Mathematik

Quadratische Gleichung	$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$
	$x^2 + p \cdot x + q = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q}$
Potenzen, Wurzeln, Logarithmen $(a, x, y \in \mathbb{R})$	$y = a^x \quad \Leftrightarrow \quad a = \sqrt[x]{y} \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_a(y)$
	$x^0 = 1\ \forall x \neq 0 \qquad x^{(-a)} = \dfrac{1}{x^a} \qquad x^{a/b} = \sqrt[b]{x^a}$
	$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad a^{x/y} = \dfrac{a^x}{a^y} \qquad (x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a \qquad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$
	$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y) \qquad \log\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$
	$\log(x^a) = a \cdot \log(x) \qquad \log\left(\dfrac{1}{x}\right) = -\log(x)$
	$\log\left(\sqrt[a]{x}\right) = \dfrac{1}{a} \cdot \log(x) \qquad \log_y(a) = \dfrac{\log_x(a)}{\log_x(y)}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

5.2 Trigonometrie

Trigonometrische Beziehungen	$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$
	$\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
Für $\alpha \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[$:	$\sin(\alpha) = \dfrac{\tan(\alpha)}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}}$ $\quad \cos(\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}}$
Trigonometrische Additionstheoreme	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) \pm \sin(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) \mp \sin(\beta)\cdot\sin(\alpha)$
	$\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}$

Werte der Winkelfunktionen für ausgewählte Winkel:

Winkel	Sinus	Cosinus	Tangens	Cotangens
$0°$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{0} = 0$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4} = 1$	0	∞
$30°$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$45°$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$	1	1
$60°$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$90°$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4} = 1$	$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{0} = 0$	∞	0

5.3 Differential- und Integralrechnung

Ableitungsregeln	$(a\cdot u \pm b\cdot v)' = a\cdot u' \pm b\cdot v'$
	$(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$
	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$
	$\Big(u(v)\Big)' = u'(v)\cdot v'$
	$\Big(\ln(u)\Big)' = \dfrac{u'}{u}$
Partielles Integrieren	$\int u'\cdot v = u\cdot v - \int u\cdot v'$
Integrieren nach Substitution	$\int\limits_a^b u(v)\cdot v' = \int\limits_{v(a)}^{v(b)} u$

5.4 Einige elementare Ableitungen und unbestimmte Integrale (in $\mathbb{R}$)

$\boldsymbol{f(x)}$	$\boldsymbol{f'(x) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)}$	$\boldsymbol{F(x) = \int f(x)\cdot \mathrm{d}x}$
$a\cdot f(x) \pm b\cdot g(x)$	$a\cdot f'(x) \pm b\cdot g'(x)$	$a\cdot\int f(x)\cdot\mathrm{d}x \pm b\cdot\int g(x)\cdot\mathrm{d}x$
C	0	$C\cdot x + C_1$
x	1	$\dfrac{x^2}{2} + C$
$x^n \quad \big(n \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}\big)$ ... für $n = -1 \quad \left(\dfrac{1}{x}\right)$	$n\cdot x^{n-1}$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$ für $n \neq -1$ $\ln(x) + C$ für $n = -1$
e^x	e^x	$\mathrm{e}^x + C$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$	$x\cdot\Big(\ln(x) - 1\Big) + C$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\sin(x) + C$
$\tan(x)$	$\dfrac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$	$-\ln\Big(\cos(x)\Big) + C$
$\cot(x)$	$-\dfrac{1}{\sin^2(x)} = -\csc^2(x)$	$\ln\Big(\sin(x)\Big) + C$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\cosh(x) + C$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\sinh(x) + C$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

5.5 Faltung

Faltungsintegral	$(f * g)(x) := \int\limits_{\mathbb{R}^n} f(\xi) \cdot g(x - \xi) \cdot \mathrm{d}\xi$
Periodische Faltung	$(f * g)(t) := \frac{1}{T} \cdot \int\limits_{\alpha}^{\alpha+T} f(\tau) \cdot g(t - \tau) \cdot \mathrm{d}\tau$
Kommutativität	$f * g = g * f$
Assoziativität	$f * (g * h) = (f * g) * h$ $\alpha \cdot (f * g) = (\alpha \cdot f) * g = f * (\alpha \cdot g)$
Distributivität	$f * (g + h) = (f * g) + (f * h)$
Ableitung	$D(f * g) = (Df) * g = f * Dg$
Integration	$\int\limits_{\mathrm{R}^n} (f * g)(x) \cdot \mathrm{d}x = \left(\int\limits_{\mathrm{R}^n} f(x) \cdot \mathrm{d}x \right) \cdot \left(\int\limits_{\mathrm{R}^n} g(x) \cdot \mathrm{d}x \right)$

5.6 Distributionen

Heaviside- oder Sprungfunktion	$\Theta : \mathbb{R} \to [0, 1]\,; x \mapsto \begin{cases} 0; & x < 0 \\ 1; & x \geq 0 \end{cases}$
Stammfunktion:	$\int \Theta\,(x - a) \cdot \mathrm{d}x = (x - a) \cdot \Theta\,(x - a) + C$
Ableitung:	$\frac{\mathrm{d}\Theta\,(x)}{\mathrm{d}x} = \Theta\,(x)' = \delta\,(x)$
Dirac- oder Delta-Distribution	$\delta\,(x) := \begin{cases} +\infty & : x = 0 \\ 0 & : x \neq 0 \end{cases}$ und $\int\limits_G \delta\,(x) \cdot \mathrm{d}x = \begin{cases} 1 & (0 \in G) \\ 0 & (0 \notin G) \end{cases}$
Stammfunktion:	$\int \delta\left(x'\right) \cdot \mathrm{d}x' = \Theta\,(x) + C$
Für eine beliebige Funktion $f\,(x)$ gilt:	$\int\limits_G \delta\,(x - x_0) \cdot f\,(x) \cdot \mathrm{d}x = \begin{cases} f\,(x_0) & \text{falls } x_0 \in G \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Für eine beliebige Funktion $g\,(x)$ mit einfachen Nullstellen x_n, d.h. $g\,(x_n) = 0$ und $g'\,(x_n) \neq 0$ gilt:

$$\delta\Big(g\,(x)\Big) = \sum_n \frac{1}{|g'\,(x_n)|} \cdot \delta\,(x - x_n)$$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

5.7 Vektorrechnung

Linearkombination:	$\vec{v} = \lambda_1 \cdot \vec{a_1} + \lambda_2 \cdot \vec{a_2} + \cdots + \lambda_m \cdot \vec{a_m}$, $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \ldots, \vec{a_m} \in \mathbb{R}^n, \quad \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m \in \mathbb{R}$
Span:	$\operatorname{span}(\vec{a_1}, \vec{a_2}, \ldots, \vec{a_m}) := (\vec{v} \mid \vec{v} = \lambda_1 \cdot \vec{a_1} + \lambda_2 \cdot \vec{a_2} + \cdots + \lambda_m \cdot \vec{a_m})$ mit $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m \in \mathbb{R}$
Betrag:	$\lvert\vec{x}\rvert = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2} \qquad \vec{x} \in \mathbb{R}^n$
Skalarprodukt:	$\mathbb{R}^n : \vec{x} \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = x_1 \cdot y_1 + \cdots + x_n \cdot y_n :=$ $\lvert\vec{x}\rvert \cdot \lvert\vec{y}\rvert \cdot \cos(\varphi) \quad \vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$
Vektorprodukt:	$\mathbb{R}^3 : \vec{x} \times \vec{y} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix} \vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$

Identitäten Kreuzprodukt:	$\vec{w}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$
Jacobi-Identität:	$\vec{x} \times (\vec{y} \times \vec{z}) + \vec{z} \times (\vec{x} \times \vec{y}) + \vec{y} \times (\vec{z} \times \vec{x}) = 0$
Graßmann-Identität:	$\vec{x} \times (\vec{y} \times \vec{z}) = (\vec{x} \cdot \vec{z}) \cdot \vec{y} - (\vec{x} \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z}$
Lagrange-Identität:	$(\vec{w} \times \vec{x}) \cdot (\vec{y} \times \vec{z}) = (\vec{w} \cdot \vec{y}) \cdot (\vec{x} \cdot \vec{z}) - (\vec{x} \cdot \vec{y}) \cdot (\vec{w} \cdot \vec{z})$
Betrag Kreuzprodukt:	$\lvert\vec{x} \times \vec{y}\rvert = \lvert\vec{x}\rvert \cdot \lvert\vec{y}\rvert \cdot \sin(\varphi)$

5.8 Vektor-Analysis (3-dimensional)

Nabla-Operator $\vec{\nabla}$	$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^{\mathrm{T}}$
Gradient eines Skalarfeldes **grad**	$\operatorname{grad} \phi := \nabla \cdot \phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \frac{\partial \phi}{\partial x_2}, \frac{\partial \phi}{\partial x_3}\right)^{\mathrm{T}}$
Divergenz eines Vektorfeldes **div**	$\operatorname{div} \vec{F} := \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial F_{x_3}}{\partial x_3}$
Rotation eines Vektorfeldes **rot**	$\operatorname{rot} \vec{F} := \nabla \times \vec{F} = \left(\frac{\partial F_{x_3}}{\partial x_2} - \frac{\partial F_{x_2}}{\partial x_3}, \frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_3} - \frac{\partial F_{x_3}}{\partial x_1}, \frac{\partial F_{x_2}}{\partial x_1} - \frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_2}\right)^{\mathrm{T}}$
Gaußscher Integralsatz für Skalarfelder	$\iiint\limits_V \operatorname{grad} \phi(\vec{x}) \cdot \mathrm{d}V = \oiint\limits_{\partial V} \phi \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
Gaußscher Integralsatz für Vektorfelder	$\iiint\limits_V \operatorname{div} \vec{F}(\vec{x}) \cdot \mathrm{d}V = \oiint\limits_{\partial V} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
Satz von Stokes	$\iint\limits_A \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \mathrm{d}A = \oint\limits_{\partial A} \vec{F}(\vec{x}) \cdot \mathrm{d}\vec{s}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

5.9 Fourier- und Laplace-Transformation

5.9.1 Theoreme

	$f(t)$		Fourier[1] $\mathcal{F}$		Laplace $\mathcal{L}$
Hintransformation	$x(t)$		$X(\mathrm{j}\cdot\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot\omega\cdot t}\cdot \mathrm{d}t$		$X(\underline{s}) = \int\limits_{0}^{\infty} x(t)\cdot \mathrm{e}^{-\underline{s}\cdot t}\cdot \mathrm{d}t$
Frequenzvariable			$\mathrm{j}\cdot\omega$		$\underline{s} = \sigma + \mathrm{j}\cdot\omega$
Rücktransformation			$x(t) = \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty} X(\mathrm{j}\cdot\omega)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\omega\cdot t}\cdot \mathrm{d}\omega$		$x(t) = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\mathrm{j}}\cdot\int\limits_{\gamma-\mathrm{j}\cdot\infty}^{\gamma+\mathrm{j}\cdot\infty} X(\underline{s})\cdot \mathrm{e}^{\underline{s}\cdot t}\cdot \mathrm{d}\underline{s}$
Linearität	$\alpha\cdot x(t) + \beta\cdot y(t)$	o—	$\alpha\cdot X(\mathrm{j}\cdot\omega) + \beta\cdot Y(\mathrm{j}\cdot\omega)$	—●	$\alpha\cdot X(\underline{s}) + \beta\cdot Y(\underline{s})$
Verzögerung	$x(t-t_0)$	o—	$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot t_0}\cdot X(\mathrm{j}\cdot\omega)$	—●	$\mathrm{e}^{-\alpha\cdot\underline{s}}\cdot X(\underline{s})$
Modulation	$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\omega_0\cdot t}\cdot x(t)$	o—	$X\Big(\mathrm{j}\cdot(\omega-\omega_0)\Big)$		
Ähnlichkeit	$x(\alpha\cdot t)$	o—	$\frac{1}{\lvert\alpha\rvert}\cdot X\left(\mathrm{j}\cdot\frac{\omega}{\alpha}\right)$	—●	$\frac{1}{\alpha}\cdot X\left(\frac{\underline{s}}{\alpha}\right)$
Symmetrie	$2\cdot\pi\cdot x(-\omega)$	o—	$X(\mathrm{j}\cdot t)$		
Ableitung	$\frac{\mathrm{d}^n x(t)}{\mathrm{d}t^n}$	o—	$(\mathrm{j}\cdot\omega)^n\cdot X(\mathrm{j}\cdot\omega)$	—●	$\underline{s}^n\cdot X(\underline{s}) - \sum\limits_{k=0}^{n-1} x^{(k)}(0)\cdot\underline{s}^{n-k-1}$
Ableitung	$(-t)^n\cdot x(t)$	o—	$\frac{\mathrm{d}^n X(\mathrm{j}\cdot\omega)}{\mathrm{d}(\mathrm{j}\cdot\omega)^n}$	—●	$X^{(n)}(\underline{s})$
Faltung	$x(t) * y(t)$	o—	$X(\mathrm{j}\cdot\omega)\cdot Y(\mathrm{j}\cdot\omega)$	—●	$X(\underline{s})\cdot Y(\underline{s})$
Multiplikation	$x(t)\cdot y(t)$	o—	$\frac{1}{2\cdot\pi}\cdot X(\mathrm{j}\cdot\omega) * Y(\mathrm{j}\cdot\omega)$	—●	$\frac{1}{\mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi}\cdot\int\limits_{\gamma-\mathrm{j}\cdot\infty}^{\gamma+\mathrm{j}\cdot\infty} X(\underline{\sigma})\cdot Y(\underline{s}-\underline{\sigma})\cdot \mathrm{d}\underline{\sigma}$

5.9.2 Einige Korrespondenzen

$f(t)$	Fourier	Laplace
$\delta(t)$	1	1
1	$2\cdot\pi\cdot\delta(\omega)$	$\frac{1}{\underline{s}}$
$\epsilon(t)$ oder $\Theta(t)$	$\pi\cdot\delta(\omega) + \frac{1}{\mathrm{j}\cdot\omega}$	$\frac{1}{\underline{s}}$
t	$-\mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot\delta(\omega)$	$\frac{1}{\underline{s}^2}$
$\sin(\alpha\cdot t)$	$-\mathrm{j}\cdot\pi\cdot\Big(\delta(\omega-\alpha) - \delta(\omega+\alpha)\Big)$	$\frac{\alpha}{\underline{s}^2+\alpha^2}$
$\cos(\alpha\cdot t)$	$\pi\cdot\Big(\delta(\omega-\alpha) + \delta(\omega+\alpha)\Big)$	$\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2+\alpha^2}$
$\mathrm{e}^{\alpha\cdot t}$	$2\cdot\pi\cdot\delta(\omega-\mathrm{j}\cdot\alpha)$	$\frac{1}{\underline{s}-\alpha}$

[1] $\mathcal{F}$: Dargestellt ist der eindimensionale Fall. Im mehrdimensionalen Fall: $\int \to \int\int\cdots$, $x(t) \to x(\vec{t})$, $\omega \to \vec{\omega}$.
In manchen Lehrbüchern und in der US-amerikanischen Literatur wird bei Hin- und Rücktransformation jeweils $1/\sqrt{2\cdot\pi}$ gesetzt.

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

6 Metrologie

Grundgleichung	$G = \{G\} \cdot [G]$	
	G	Physikalische (Mess)größe
	$\{G\}$	Zahlenwert
	$[G]$	Einheit

Fehlerrechnung		
Absoluter Fehler	Δx	$[\Delta x] = [x]$
Relativer Fehler	$\dfrac{\Delta x}{x}$	$\left[\dfrac{\Delta x}{x}\right] = 1$
Standard-Unsicherheit $\boldsymbol{u}$	u $\quad (t = 1 \Rightarrow 68{,}27\,\%$ Konfidenzniveau)	
Arithmetischer Mittelwert $\overline{\boldsymbol{x}}$ der Stichprobe	$\overline{x} = \dfrac{1}{n} \sum x_i$	$[\overline{x}] = [x]$
Standardabweichung $\boldsymbol{s}$ der Stichprobe	$s = \sqrt{\dfrac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \overline{x})^2}$	$[s] = [x]$
Standardabweichung des Mittelwerts	$m = \dfrac{s}{\sqrt{n}} \rightarrow m \asymp u$	$[m] = [x]$
Vertrauensgrenze	$x = \overline{x} \pm t \cdot m \quad t$ aus Student-Verteilung Näherung für t bei $n \geq 25 \rightarrow$ Statistische Sicherheit $t = 1 \rightarrow 68{,}27\,\% \quad t = 2 \rightarrow 95\,\% \quad t = 3 \rightarrow 99{,}7\,\%$	
Fehlerfortpflanzung nach Gauß	$\Delta f = \sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot \Delta x^2 + \left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot \Delta y^2 + \cdots}$	
Abschätzung des Maximalfehlers	$\Delta f_{\max} = \left\lvert \dfrac{\partial f}{\partial x} \right\rvert \cdot \Delta x + \left\lvert \dfrac{\partial f}{\partial y} \right\rvert \cdot \Delta y + \cdots$	
Standardabweichung $\boldsymbol{\sigma}$ der Grundgesamtheit (mit $\boldsymbol{\mu}$ =Mittelwert der Grundgesamtheit)	$\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{n} \cdot \sum (x_i - \mu)^2}$	
Wahrscheinlichkeitsdichte $\boldsymbol{f(x)}$ und Verteilungsfunktion $\boldsymbol{F(x)}$	$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x') \cdot \mathrm{d}x'$ bzw. $f(x) = \dfrac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x}$	
Normierung	$1 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \mathrm{d}x$	
Mittelwert $\boldsymbol{\mu}$	$\mu = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot \mathrm{d}x$	
Standardabweichung $\boldsymbol{\sigma}$	$\sigma^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \cdot \mathrm{d}x$	
Prozessfähigkeitsindex $\boldsymbol{c_\mathrm{p}}$	$c_\mathrm{p} = \dfrac{T}{6 \cdot \sigma}$	T Toleranz
Korr. Prozessfähigkeitsindex $\boldsymbol{c_\mathrm{pk}}$	$c_\mathrm{pk} = \dfrac{\min(G_\mathrm{o} - \mu,\ \mu - G_\mathrm{u})}{3 \cdot \sigma}$	G_o bzw. G_u = oberes bzw. unteres Grenzmaß

Sigma-Level	$\boldsymbol{c_\mathrm{pk}}$	**DPMO**[2]
1σ	0,333	317.300
2σ	0,667	45.500
3σ	1,000	2.699
4σ	1,333	63,34
$4{,}5\sigma$	1,500	6,795
5σ	1,667	0,5733
6σ	2,000	0,001973

[2] Sigma-Level ohne $1{,}5 - \sigma$-Shift; DPMO = Defects per Million Opportunities

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

7 Elementare (Newton'sche) Mechanik / Dynamik

7.1 Begriffe und Definitionen

Weg s $[s] = \mathrm{m}$ Ortsvektor $\vec{r}$ $[\vec{r}] = \mathrm{m}$	Zeit t $[t] = \mathrm{s}$ Geschwindigkeit $\vec{v}$ $[\vec{v}] = \mathrm{m\,s^{-1}}$	Masse m $[m] = \mathrm{kg}$ Impuls $\vec{p}$ $[\vec{p}] = \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$
Geschwindigkeit $\boldsymbol{\vec{v}}$	$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{s}}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Beschleunigung $\boldsymbol{\vec{a}}$	$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{v}} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{s}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\vec{s}}$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Impuls $\boldsymbol{\vec{p}}$	$\vec{p} = m \cdot v$	$\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$

7.2 Newtons Axiome

Lex prima (Inertialgesetz) $\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = 0$

„Wirkt auf einen Körper keine Kraft, so ist seine Geschwindigkeit zeitlich konstant.“

Lex secunda (Aktionsprinzip) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m \cdot \vec{v}) = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$

„Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“

Lex tertia (Wechselwirkungsprinzip) $\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A} \quad \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$ in abgeschlossenen Systemen

„Actio = Reactio“

Lex quarta (Superpositionsprinzip) $\vec{F}_{\mathrm{res}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

„Gleichzeitig einwirkende Kräfte addieren sich vektoriell zu einer resultierenden Gesamtkraft.“

Newton's Gravitationsgesetz $\vec{F}_{2\to 1} = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$ $\quad \mathrm{N{=}kg\,m\,s^{-2}}$

„Jeder Massepunkt wirkt auf jeden anderen Massepunkt mit einer anziehenden Gravitationskraft.“

7.3 ... Folgerungen

Weg-Zeit-Gesetz bei konstanter Beschleunigung	$\vec{s} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2$	m
Wurfparabel: Weg-Zeit	$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} \lvert\vec{v}_0\rvert \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ \lvert\vec{v}_0\rvert \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \lvert\vec{g}\rvert \cdot t^2 \\ 0 \end{pmatrix}$	α Wurfwinkel z. Horizontalen v_0 Abwurfgeschwindigkeit $[\vec{s}(t)] = \mathrm{m}$
Wurfparabel: Geschwindigkeit-Zeit	$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \lvert\vec{v}_0\rvert \cdot \cos(\alpha) \\ \lvert\vec{v}_0\rvert \cdot \sin(\alpha) - \lvert\vec{g}\rvert \cdot t \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Wurfparabel: Beschleunigung-Zeit	$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\lvert\vec{g}\rvert \cdot t \\ 0 \end{pmatrix}$	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Zentrifugalkraft $\boldsymbol{\vec{F}_z}$	$F_z = \frac{m \cdot v^2}{R}$	$\mathrm{N = kg\,m\,s^{-2}}$ R lokaler Krümmungsradius ($[R] = \mathrm{m}$)
Drehmoment $\boldsymbol{\vec{M}}$	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2} = N\,m}$
Drehimpuls $\boldsymbol{\vec{L}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1} = N\,m\,s}$
Arbeit $\boldsymbol{W}$	$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(\vec{s}) \cdot \mathrm{d}s = \int_{s_1}^{s_2} \lvert\vec{F}\rvert \cdot \cos\left(\angle\left(\vec{F}, \mathrm{d}\vec{s}\right)\right) \cdot \lvert\mathrm{d}\vec{s}\rvert$	$[W] = [E] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2} = N\,m = J}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Potenzielle Energie im Gravitationsfeld $\boldsymbol{E_{\mathrm{pot}}}$[3]	$E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Kinetische Energie $\boldsymbol{E_{\mathrm{kin}}}$ (translatorisch)	$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Kinetische Energie $\boldsymbol{E_{\mathrm{kin}}}$ (rotatorisch) Θ Trägheitsmoment um die Rotationsachse; $[\Theta] = \mathrm{kg\,m^2}$	$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Elastische Energie (gespannte Feder)	$E_{\mathrm{pot}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Leistung $\boldsymbol{P}$	$P = \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$[P] = \mathrm{J\,s^{-1}} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}} = \mathrm{W}$
Potenzial $\boldsymbol{\Phi}$ eines Kraftfeldes $\boldsymbol{\vec{F}}$	$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \cdot \Phi(\vec{r})$	$[\Phi] = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Arbeit $\boldsymbol{W}$ im Potenzialfeld $\boldsymbol{\vec{\Phi}}$	$W_{1\to 2} = \int\limits_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \mathrm{grad}\Big(\Phi(\vec{r})\Big) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \Phi(\vec{r}_2) - \Phi(\vec{r}_1)$	$[W] = \mathrm{N\,m}$

7.4 Relativistische Mechanik

Lorentz-Faktor	$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}}$
Relativistischer Impuls eines Teilchens	$p = m \cdot v \cdot \gamma = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}}$
Lorentzkontraktion	$\ell = \frac{\ell_0}{\gamma} = \ell_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}$
Zeitdilatation	$t = t_0 \cdot \gamma = t_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}}$

[3] In der Elektrotechnik wird W für die Arbeit und die Energie verwendet, weil E für die elektrische Feldstärke reserviert ist.

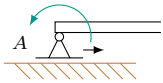
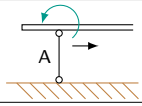
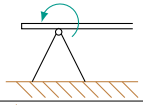
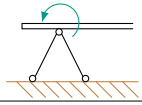
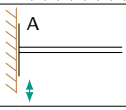
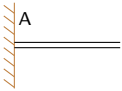
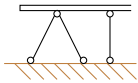
©2015-2025

8 Technische Mechanik - Statik

8.1 Kräftegruppen

Kraftzerlegung	$\vec{F} = F_x \cdot \vec{e}_x + F_y \cdot \vec{e}_y + F_z \cdot \vec{e}_z$
Die Resultierende einer Zentralkräftegruppe	$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz}$
Drehmoment im $\mathbb{R}^3$	$M_z^{(A)} = x \cdot F_y - y \cdot F_x$ $M_x^{(A)} = y \cdot F_z - z \cdot F_y$ $M_y^{(A)} = z \cdot F_x - x \cdot F_z$ $\Rightarrow \vec{M}^{(A)} = \begin{pmatrix} y \cdot F_z - z \cdot F_y \\ z \cdot F_x - x \cdot F_z \\ x \cdot F_y - y \cdot F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \vec{r} \times \vec{F}$
Gleichgewichtsbedingungen	$\sum_i \vec{F}_i = 0$ und $\sum_j \vec{M}_j = 0$

8.2 Lager

Lager	*Wertigkeit*	*Symbol*	*Lager*	*Wertigkeit*	*Symbol*
Gleitlager / Loslager	$r = 1$		Stützstab / Pendelstütze	$r = 1$	
Gelenklager Festlager	$r = 2$		Doppelstütze	$r = 2$	
Parallelführung	$r = 2$		Schiebehülse	$r = 2$	
Feste Einspannung	$r = 3$		Dreifachstütze	$r = 3$	

8.3 Fachwerke

Ebene Tragwerke	Lagerreaktionen:	r
	Freiheitsgrade:	$f = 3 - r$
Statische Bestimmtheit	k: Anzahl der Knoten r: Anzahl der Lagerreaktionen s: Anzahl der Stäbe	$\Rightarrow \; 2 \cdot k = s + r$

Nullstäbe

1. An unbelasteten Knoten, an denen zwei nicht gleichgerichtete Stäbe anschließen, sind beide Stäbe Nullstäbe.
2. An einem belasteten Knoten, an dem zwei Stäbe anschließen und die Last in Richtung eines Stabes verläuft, ist der nicht in Richtung der Kraft verlaufende Stab ein Nullstab.
3. An einem unbelasteten Knoten, an dem drei Stäbe anschließen und zwei der Stäbe dieselbe Richtung haben, ist der dritte Stab, der nicht dieselbe Richtung besitzt, ein Nullstab.

8.4 Schwerpunkt

Schwerpunkt einer parallelen Kräftegruppe bzw. Linienlast am Balken

$$x_S = \frac{\sum_i x_i \cdot F_i}{\sum_i F_i} \qquad x_S = \frac{\int_l x \cdot q(x) \cdot \mathrm{d}x}{\int_l q(x) \cdot \mathrm{d}x}$$

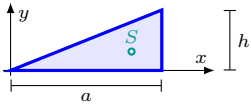
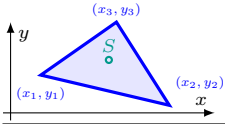
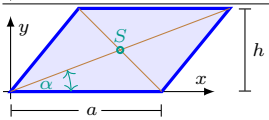
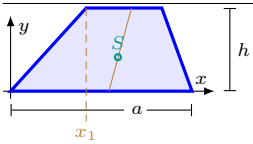
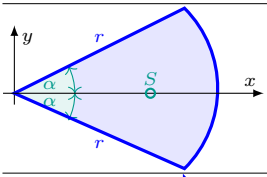
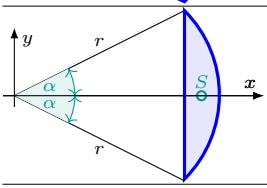
© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher
Stand: V10.0: 02-FEB-2025
Als Hilfsmittel bei Klausuren zugelassen

Schwerpunkt einer parallelen Kräftegruppe an einer Platte	$x_S = \dfrac{\sum\limits_i x_i \cdot F_i}{\sum\limits_i F_i}$	$y_S = \dfrac{\sum\limits_i y_i \cdot F_i}{\sum\limits_i F_i}$
Schwerpunkt einer Flächenlast $p(x,y)$ an einer Platte	$x_S = \dfrac{\int\limits_A x \cdot p(x,y) \cdot \mathrm{d}A}{\int\limits_A p(x,y) \cdot \mathrm{d}A}$	$y_S = \dfrac{\int\limits_A y \cdot p(x,y) \cdot \mathrm{d}A}{\int\limits_A p(x,y) \cdot \mathrm{d}A}$
Schwerpunkt einer Volumenlast $f(x,y,z)$	$x_S = \dfrac{\int\limits_V x \cdot f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$ $z_S = \dfrac{\int\limits_V z \cdot f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$	$y_S = \dfrac{\int\limits_V y \cdot f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V f(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$
Schwerpunkt der Gewichtskraft im homogenen Schwerefeld	$x_S = \dfrac{\int\limits_V x \cdot \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$ $z_S = \dfrac{\int\limits_V z \cdot \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$	$y_S = \dfrac{\int\limits_V y \cdot \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \rho(x,y,z) \cdot \mathrm{d}V}$
Massenmittelpunkt	$x_S = \dfrac{\int\limits_m x \cdot \mathrm{d}m}{\int\limits_m \mathrm{d}m}$ $z_S = \dfrac{\int\limits_m z \cdot \mathrm{d}m}{\int\limits_m \mathrm{d}m}$	$y_S = \dfrac{\int\limits_m y \cdot \mathrm{d}m}{\int\limits_m \mathrm{d}m}$
Volumenschwerpunkt / geometrischer Schwerpunkt	$x_S = \dfrac{\int\limits_V x \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \mathrm{d}V}$ $z_S = \dfrac{\int\limits_V z \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \mathrm{d}V}$	$y_S = \dfrac{\int\limits_V y \cdot \mathrm{d}V}{\int\limits_V \mathrm{d}V}$
Schwerpunkt eines n-Körpersystem	$x_S = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot x_i \cdot V_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot V_i}$ $z_S = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot z_i \cdot V_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot V_i}$	$y_S = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot y_i \cdot V_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_i \cdot V_i}$
Flächenschwerpunkt in der Ebene	$x_S = \dfrac{1}{A} \cdot \int\limits_A x \cdot \mathrm{d}A$	$y_S = \dfrac{1}{A} \cdot \int\limits_A y \cdot \mathrm{d}A$
Linienschwerpunkt in der Ebene	$x_S = \dfrac{1}{l} \cdot \int\limits_l x \cdot \mathrm{d}s$	$y_S = \dfrac{1}{l} \cdot \int\limits_l y \cdot \mathrm{d}s$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Schwerpunkt eines n-Liniensystems in der Ebene

$$x_S = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot l_i}{\sum_{i=1}^{n} l_i} \qquad y_S = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot l_i}{\sum_{i=1}^{n} l_i}$$

Fläche	*Flächeninhalt*	*Schwerpunkt*
	$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$	$S = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \cdot a \\ \frac{1}{3} \cdot h \end{pmatrix}$
	$A = \frac{1}{2} \cdot \Big((x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_1)\Big)$	$S = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 + x_3) \\ \frac{1}{3} \cdot (y_1 + y_2 + y_3) \end{pmatrix}$
	$A = a \cdot h$	$S = \begin{pmatrix} \frac{2}{h \cdot \tan(\alpha)} \\ \frac{h}{2} \end{pmatrix}$
	$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$	$S = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \cdot \frac{(a+b)^2 - b \cdot (a - x_1) + x_1 \cdot (a + b)}{a + b} \\ \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2 \cdot b}{a + b} \end{pmatrix}$
	$A = \alpha \cdot r^2$	$S = \begin{pmatrix} \frac{s^3}{12 \cdot A} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \cdot r \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}$
	$A = \frac{r^2}{2} \cdot \Big(2 \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \alpha)\Big)$	$S = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \cdot r \cdot \frac{\sin^3(\alpha)}{2 \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \alpha)} \\ 0 \end{pmatrix}$

8.5 Reibung

Reibungsgesetze von Coulomb

$H_{\max} = \mu_{\mathrm{H}} \cdot N,\ R = \mu_{\mathrm{R}} \cdot N;\ 0 < \mu_{\mathrm{R}} < \mu_{\mathrm{H}} < 1$
$H_{\max}$ =Haftreibung, R =Gleitreibung, N =Normalkraft

Reibungskoeffizienten

Kontaktflächenpaare	Haftreibungskoeffizient μ_{H}	Gleitreibungskoeffizient μ_{R}
Stahl auf Stahl	0,15 . . . 0,5	0,1 . . . 0,4
Stahl auf Holz	≈ 0,6	≈ 0,4
Stahl auf Teflon	≈ 0,4	≈ 0,4
Stahl auf Eis	≈ 0,3	≈ 0,015
Holz auf Holz	≈ 0,5	≈ 0,3
Reifen auf Asphalt	0,7 . . . 0,9	0,5 . . . 0,8
Reifen auf Eis	0,08 0,12	0,03 . . . 0,8

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Haftungswinkel	$\vec{H} = \vec{H}_{\max} \Rightarrow \tan(\rho_{\max}) = \mu_{\mathrm{H}}$	
Reibungswinkel	$\tan(\rho) = \mu$	
Steigungswinkel eines Gewindes	$\tan(\alpha) = \dfrac{h}{\pi \cdot d_{\mathrm{m}}}$	
Eff. Reibungskoeffizient für Gewinde mit schrägen Flanken (Flankenwinkel β)	$\mu' = \dfrac{\mu}{\cos(\beta/2)}$	
Gewinde: Drehmoment (Anziehen +, Lösen -)	$M = F_{\mathrm{a}} \cdot \left(\dfrac{d_{\mathrm{m}}}{2} \cdot \tan(\rho \pm \alpha) + \mu_{\mathrm{a}} \cdot r_{\mathrm{a}}\right)$	$[M] = \mathrm{N\,m}$
Seilreibung auf Rolle (Eytelwein'sche Gleichung)	$\dfrac{S_1}{S_2} = \mathrm{e}^{\mu_0 \cdot \alpha}$ (Umschlingungswinkel α im Bogenmaß!)	

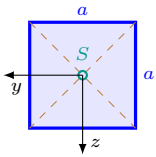
8.6 Festigkeitslehre

Normalspannung	$\sigma = \dfrac{F}{A}$	$[\sigma] = \mathrm{N\,m^{-2}}$
Dehnung	$\varepsilon = \dfrac{\Delta\ell}{\ell}$	$[\varepsilon] = 1$
Hooke'sches Gesetz	$\sigma = E \cdot \varepsilon$	$[\sigma] = \mathrm{N\,m^{-2}}$

8.7 Flächenträgheitsmomente

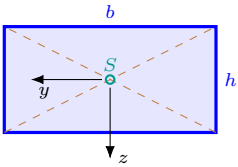
Flächenträgheitsmomente	$I_{\mathrm{y}} = \int z^2 \cdot \mathrm{d}A;\ I_{\mathrm{z}} = \int y^2 \cdot \mathrm{d}A;\ I_{\mathrm{yz}} = I_{\mathrm{zy}} = -\int y \cdot z \cdot \mathrm{d}A$
Der Steiner'sche Satz	$I'_{\mathrm{y}} = I_{\mathrm{y}} + z_{\mathrm{s}}^2 \cdot A;\ I'_{\mathrm{z}} = I_{\mathrm{z}} + y_{\mathrm{s}}^2 \cdot A;\ I'_{\mathrm{yz}} = I_{\mathrm{yz}} - y_{\mathrm{s}} \cdot z_{\mathrm{s}} \cdot A;$

Quadrat



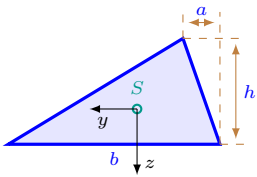
$$I_{\mathrm{y}} = \frac{a^4}{12}$$
$$I_{\mathrm{z}} = \frac{a^4}{12}$$
$$I_{\mathrm{yz}} = 0$$

Rechteck



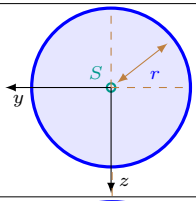
$$I_{\mathrm{y}} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$
$$I_{\mathrm{z}} = \frac{h \cdot b^3}{12}$$
$$I_{\mathrm{yz}} = 0$$

Dreieck



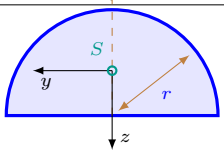
$$I_{\mathrm{y}} = \frac{b \cdot h^3}{36}$$
$$I_{\mathrm{z}} = \frac{b \cdot h}{36} \cdot (b^2 - b \cdot a + a^2)$$
$$I_{\mathrm{yz}} = \frac{b \cdot h^2}{72} \cdot (b - 2 \cdot a)$$

Kreis



$$I_{\mathrm{y}} = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$
$$I_{\mathrm{z}} = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$
$$I_{\mathrm{yz}} = 0$$

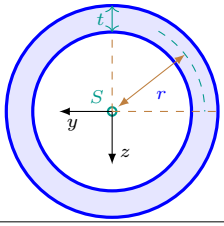
Halbkreis



$$I_{\mathrm{y}} = \frac{r^4}{72 \cdot \pi} \cdot (9 \cdot \pi^2 - 64)$$
$$I_{\mathrm{z}} = \frac{\pi \cdot r^4}{8}$$
$$I_{\mathrm{yz}} = 0$$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Dünner Kreisring



$$I_y = \pi \cdot r^3 \cdot t$$

$$I_z = \pi \cdot r^3 \cdot t$$

$$I_{yz} = 0$$

8.8 Schnittgrößen

Beziehungen zwischen den Schnittgrößen	$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}x} = -q, \ \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = Q; \ \Rightarrow \ \frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}x^2} = -q$	
Normal– und Schubspannung	$\sigma = E \cdot \varepsilon$ und $\tau = G \cdot \gamma$	$[\sigma] = [\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$

8.9 Balkenbiegung

Biegespannung bei Moment M_y	$\sigma_B(z) = \frac{M_y}{I_y} \cdot z$	
Widerstandsmoment	$W_y = \frac{I_y}{z_{\max}}$	
Krümmungsradius $\boldsymbol{\rho}$	$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I}$	$[\rho] = \mathrm{m}$
DGL der Balkenbiegung	$E \cdot I \cdot f'' = -M$	$[M] = \mathrm{N\,m}$

8.10 Randbedingungen an Lagerstellen

Gelenkiges Lager	$f = 0; \ f' \neq 0; \ M = 0$[4]$; \ Q \neq 0$
Parallelführung	$f \neq 0; \ f' = 0; \ M \neq 0; \ Q = 0$
Feste Einspannung	$f = 0; \ f' = 0; \ M \neq 0; \ Q \neq 0$
Freies Ende	$f \neq 0; \ f' \neq 0; \ M = 0; \ Q = 0$

8.11 Schubspannungen durch Querkräfte

Schubspannung über Querschnittshöhe z	$\tau(z) = \frac{Q \cdot S_\mathrm{y}(z)}{I_\mathrm{y}(z) \cdot b(z)}$	$[\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$
mit dem statischen Moment der Teilfläche außerhalb z	$S_\mathrm{y}(z) = \int_{\Delta A} z \mathrm{d}A$	$[S_\mathrm{y}] = \mathrm{m}^3$
Schubspannung mit dem Schwerpunktsatz	$\tau(z^*) = \frac{Q}{I_\mathrm{y}(z) \cdot b(z^*)} \cdot z_s^* \cdot \Delta A$	$[\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$

8.12 Torsion

Schubspannung in einer kreiszylindrischen Welle	$\tau(r) = G \cdot r \cdot \frac{\varphi}{L}$	$[\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$
Torsionsmoment	$M_\mathrm{T} = G \cdot I_\mathrm{p} \cdot \frac{\varphi}{L}$	$[M_\mathrm{T}] = \mathrm{N\,m}$
Polares Flächenträgheitsmoment	$I_\mathrm{p} = \int_A r^2 \cdot \mathrm{d}A$	$[I_\mathrm{p}] = \mathrm{m}^4$
Endverdrehung der kreiszylindrischen Welle	$\varphi = \frac{M_\mathrm{T} \cdot L}{G \cdot I_\mathrm{p}}$	$[\varphi] = \mathrm{rad}$
Schubspannung in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten, 1. Bredtsche Formel	$\tau = \frac{M_\mathrm{T}}{2 \cdot s \cdot A_\mathrm{m}}$	$[\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$
Maximale Schubspannung in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	$\tau_{\max} = \frac{M_\mathrm{T}}{2 \cdot s_{\min} \cdot A_\mathrm{m}}$	$[\tau] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}}$
Torsions-Flächenträgheitsmoment, 2. Bredtsche Formel	$I_\mathrm{T} = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint_u \frac{\mathrm{d}u}{s}}$	$[I_\mathrm{T}] = \mathrm{m}^4$

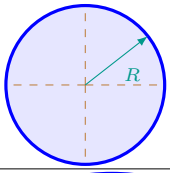
[4] Nur, wenn das Lager am Balkenende ist.

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Torsions-Flächenträgheitsmoment für bereichsweise konstante Wanddicke	$I_\mathrm{T} = \dfrac{4 \cdot A_m^2}{\sum_i \frac{u_\mathrm{i}}{s_\mathrm{i}}}$	$[I_\mathrm{T}] = \mathrm{m}^4$

8.13 Polares Flächenträgheits- bzw. Widerstandsmoment

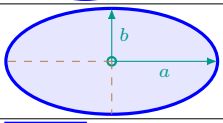
Vollkreisquerschnitt:



$$W_\mathrm{p} = \frac{\pi \cdot R^3}{2}$$

$$I_\mathrm{p} = \frac{\pi \cdot R^4}{2}$$

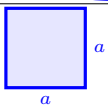
Ellipsenquerschnitt:



$$W_\mathrm{p} = \frac{\pi \cdot a \cdot b^2}{2}$$

$$I_\mathrm{p} = \frac{\pi \cdot a^3 \cdot b^3}{a^2 \cdot b^2}$$

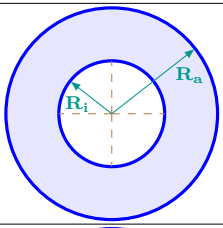
Quadratischer Querschnitt:



$$W_\mathrm{p} \approx 0{,}208 \cdot a^3$$

$$I_\mathrm{p} \approx 0{,}141 \cdot a^4$$

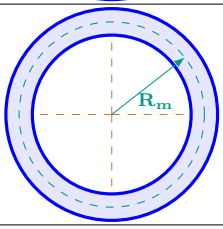
Dickwandiges Kreisrohr:



$$W_\mathrm{p} = \frac{\pi}{2 \cdot R_\mathrm{a}} \cdot \left(R_\mathrm{a}^4 - R_\mathrm{i}^4\right)$$

$$I_\mathrm{p} = \frac{\pi}{2} \cdot \left(R_\mathrm{a}^4 - R_\mathrm{i}^4\right)$$

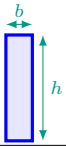
Dünnwandiges Kreisrohr:



$$W_\mathrm{p} \approx 2 \cdot \pi \cdot R_\mathrm{m}^2 \cdot t$$

$$I_\mathrm{p} \approx 2 \cdot \pi \cdot R_\mathrm{m}^3 \cdot t$$

Schmales Rechteck:



$$W_\mathrm{p} \approx \frac{h \cdot b^2}{3}$$

$$I_\mathrm{p} \approx \frac{h \cdot b^3}{2}$$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

9 Toleranzen

9.1 Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768 Teil 1

Nennmaß von:		0,5	3	6	30	120	400	1000	2000	4000
Tol.kl.	bis:	3	6	30	120	400	1000	2000	4000	8000
Längenmaße										
fein	f	0,05	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5		
mittel	m	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3
grob	g	0,15	0,2	0,5	0,8	1,2	2	3	4	5
sehr grob	sg		0,5	1	1,5	2,5	4	6	8	8
Radien und Fasen										
fein	f	0,2	0,5	1	2	4				
mittel	m	0,2	0,5	1	2	4				
grob	g	0,4	1	2	4	8				
sehr grob	sg	0,4	1	2	4	8				

Winkel (Nennmaß bezieht sich auf den kürzeren Schenkel)

Nennmaß von:		0	10	50	120	über
Tol.kl.	bis:	10	50	120	400	400
fein	f	1°	30'	20'	10'	5'
mittel	m	1°	30'	20'	10'	5'
grob	g	1°30'	1°	30'	15'	10'
sehr grob	sg	3°	2°	1°	30'	20'

englische Bezeichn.	
fine	f
medium	m
crude	c
very crude	v

Alle Werte in mm, Toleranzangaben als symmetrische Abmaße, d.h. Nennmaß ± Abmaß
Für Nennwerte unter 0,5 mm sind die Grenzabmaße direkt am Nennmaß anzugeben

9.2 Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768 Teil 2

Nennmaß von:	0	10	30	100	300	1000
Tol.kl. bis:	10	30	100	300	1000	3000
Geradheit und Ebenheit						
H	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
K	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
L	0,1	0,2	0,4	0,8	1,2	1,6
Rechtwinkligkeit						
H	0,2	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5
K	0,4	0,4	0,4	0,6	0,8	1
L	0,6	0,6	0,6	1	1,5	2
Symmetrie						
H	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
K	0,6	0,6	0,6	0,6	0,8	1
L	0,6	0,6	0,6	1	1,5	2

Alle Werte in mm

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

9.3 DIN EN ISO 286 Teil 1 (Auszug)

Nennmaß von:	0	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500	630	800
Tol.gr. bis:	3	6	10	18	30	50	80	120	180	250	315	400	500	630	800	1000
IT01	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,8	1	1,2	2	2,5	3	4			
IT0	0,5	0,6	0,6	0,8	1	1	1,2	1,5	2	3	4	5	6			
IT1	0,8	1	1	1,2	1,5	1,5	2	2,5	3,5	4,5	6	7	8	9	10	11
IT2	1,2	1,5	1,5	2	2,5	2,5	3	4	5	7	8	9	10	11	13	15
IT3	2	2,5	2,5	3	4	4	5	6	8	10	12	13	15	16	18	21
IT4	3	4	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28
IT5	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27	32	36	40
IT6	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40	44	50	56
IT7	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63	70	80	90
IT8	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97	110	125	140
IT9	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155	175	200	230
IT10	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250	280	320	360
IT11	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400	440	500	560
IT12	0,1	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,3	0,35	0,4	0,46	0,52	0,57	0,63	0,7	0,8	0,9
IT13	0,14	0,18	0,22	0,27	0,33	0,39	0,46	0,54	0,63	0,72	0,81	0,89	0,97	1,1	1,25	1,4
IT14	0,25	0,3	0,36	0,43	0,52	0,62	0,74	0,87	1	1,15	1,3	1,4	1,55	1,75	2	2,3
IT15	0,4	0,48	0,58	0,7	0,84	1	1,2	1,4	1,6	1,85	2,1	2,3	2,5	2,8	3,2	3,6
IT16	0,6	0,75	0,9	1,1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,9	3,2	3,6	4	4,4	5	5,6
IT17	1	1,2	1,5	1,8	2,1	2,5	3	3,5	4	4,6	5,2	5,7	6,3	7	8	9
IT18	1,4	1,8	2,2	2,7	3,3	3,9	4,6	5,4	6,3	7,2	8,1	8,9	9,7	11	12,5	14

Nennmaße in mm, Toleranzen bis IT11 in µm, ab IT12 in mm, Werte als gesamte Toleranz, unabhängig von der Lage bezüglich des Nennmaßes
gelb markiert: IT14 bis IT18 ist für Nennmaße < 1 mm nicht anzuwenden

9.4 DIN EN ISO 286 Teil 2 für Wellen / Außenmaße (Auszug)

Nennmaß		d8	d9	e7	e8	e9	f6	f7	f8	g5	g6	h5	h6	h7	h8	h9	j5	j6	js7	k5	k6	m5	m6	n6	p6
über	0	-20	-20	-14	-14	-14	-6	-6	-6	-2	-2	0	0	0	0	0	2	4	5	4	6	6	8	10	12
bis	3	-34	-45	-24	-28	-39	-12	-16	-20	-6	-8	-4	-6	-10	-14	-25	-2	-2	-5	0	0	2	2	4	6
über	3	-30	-30	-20	-20	-20	-10	-10	-10	-4	-4	0	0	0	0	0	3	6	6	6	9	9	12	16	20
bis	6	-48	-60	-32	-38	-50	-18	-22	-28	-9	-12	-5	-8	-12	-18	-30	-2	-2	-6	1	1	4	4	8	12
über	6	-40	-40	-25	-25	-25	-13	-13	-13	-5	-5	0	0	0	0	0	4	7	7,5	7	10	12	15	19	24
bis	10	-62	-76	-40	-47	-61	-22	-28	-35	-11	-14	-6	-9	-15	-22	-36	-2	-2	-7,5	1	1	6	6	10	15
über	10	-50	-50	-32	-32	-32	-16	-16	-16	-6	-6	0	0	0	0	0	5	8	9	9	12	15	18	23	29
bis	18	-77	-93	-50	-59	-75	-27	-34	-43	-14	-17	-8	-11	-18	-27	-43	-3	-3	-9	1	1	7	7	12	18
über	18	-65	-65	-40	-40	-40	-20	-20	-20	-7	-7	0	0	0	0	0	5	9	10,5	11	15	17	21	28	35
bis	30	-98	-117	-61	-73	-92	-33	-41	-53	-16	-20	-9	-13	-21	-33	-52	-4	-4	-10,5	2	2	8	8	15	22
über	30	-80	-80	-50	-50	-50	-25	-25	-25	-9	-9	0	0	0	0	0	6	11	12,5	13	18	20	25	33	42
bis	50	-119	-142	-75	-89	-112	-41	-50	-64	-20	-25	-11	-16	-25	-39	-62	-5	-5	-12,5	2	2	9	9	17	26
über	50	-100	-100	-60	-60	-60	-30	-30	-30	-10	-10	0	0	0	0	0	6	12	15	15	21	24	30	39	51
bis	80	-146	-174	-90	-106	-134	-49	-60	-76	-23	-29	-13	-19	-30	-46	-74	-7	-7	-15	2	2	11	11	20	32
über	80	-120	-120	-72	-72	-72	-36	-36	-36	-12	-12	0	0	0	0	0	6	13	17,5	18	25	28	35	45	59
bis	120	-174	-207	-107	-126	-159	-58	-71	-90	-27	-34	-15	-22	-35	-54	-87	-9	-9	-17,5	3	3	13	13	23	37
über	120	-145	-145	-85	-85	-85	-43	-43	-43	-14	-14	0	0	0	0	0	7	14	20	21	28	33	40	52	68
bis	180	-208	-245	-125	-148	-185	-68	-83	-106	-32	-39	-18	-25	-40	-63	-100	-11	-11	-20	3	3	15	15	27	43
über	180	-170	-170	-100	-100	-100	-50	-50	-50	-15	-15	0	0	0	0	0	7	16	23	24	33	37	46	60	79
bis	250	-242	-285	-146	-172	-215	-79	-96	-122	-35	-44	-20	-29	-46	-72	-115	-13	-13	-23	4	4	17	17	31	50
über	250	-190	-190	-110	-110	-110	-56	-56	-56	-17	-17	0	0	0	0	0	7	16	26	27	36	43	52	66	88
bis	315	-271	-320	-162	-191	-240	-88	-108	-137	-40	-49	-23	-32	-52	-81	-130	-16	-16	-26	4	4	20	20	34	56
über	315	-210	-210	-125	-125	-125	-62	-62	-62	-18	-18	0	0	0	0	0	7	18	28,5	29	40	46	57	73	98
bis	400	-299	-350	-182	-214	-265	-98	-119	-151	-43	-54	-25	-36	-57	-89	-140	-18	-18	-28,5	4	4	21	21	37	62
über	400	-230	-230	-135	-135	-135	-68	-68	-68	-20	-20	0	0	0	0	0	7	20	31,5	32	45	50	63	80	108
bis	500	-327	-385	-198	-232	-290	-108	-131	-165	-47	-60	-27	-40	-63	-97	-155	-20	-20	-31,5	5	5	23	23	40	68

Nennmaße in mm, Abmaße in µm

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

9.5 DIN EN ISO 286 Teil 2 für Bohrungen / Innenmaße (Auszug)

Nennmaß		E8	E9	F6	F7	F8	G6	G7	H6	H7	H8	H9	H10	J6	J7	K6	K7	M6	M7	N6	N7	P6	P7
über	0	28	39	12	16	20	8	12	6	10	14	25	40	2	4	0	0	-2	-2	-4	-4	-6	-6
bis	3	14	14	6	6	6	2	2	0	0	0	0	0	-4	-6	-6	-10	-8	-12	-10	-14	-12	-16
über	3	38	50	18	22	28	12	16	8	12	18	30	48	5	6	2	3	-1	0	-5	-4	-9	-8
bis	6	20	20	10	10	10	4	4	0	0	0	0	0	-3	-6	-6	-9	-9	-12	-13	-16	-17	-20
über	6	47	61	22	28	35	14	20	9	15	22	36	58	5	8	2	5	-3	0	-7	-4	-12	-9
bis	10	25	25	13	13	13	5	5	0	0	0	0	0	-4	-7	-7	-10	-12	-15	-16	-19	-21	-24
über	10	59	75	27	34	43	17	24	11	18	27	43	70	6	10	2	6	-4	0	-9	-5	-15	-11
bis	18	32	32	16	16	16	6	6	0	0	0	0	0	-5	-8	-9	-12	-15	-18	-20	-23	-26	-29
über	18	73	92	33	41	53	20	28	13	21	33	52	84	8	12	2	6	-4	0	-11	-7	-18	-14
bis	30	40	40	20	20	20	7	7	0	0	0	0	0	-5	-9	-11	-15	-17	-21	-24	-28	-31	-35
über	30	89	112	41	50	64	25	34	16	25	39	62	100	10	14	3	7	-4	0	-12	-8	-21	-17
bis	50	50	50	25	25	25	9	9	0	0	0	0	0	-6	-11	-13	-18	-20	-25	-28	-33	-37	-42
über	50	106	134	49	60	76	29	40	19	30	46	74	120	13	18	4	9	-5	0	-14	-9	-26	-21
bis	80	60	60	30	30	30	10	10	0	0	0	0	0	-6	-12	-15	-21	-24	-30	-33	-39	-45	-51
über	80	126	159	58	71	90	34	47	22	35	54	87	140	16	22	4	10	-6	0	-16	-10	-30	-24
bis	120	72	72	36	36	36	12	12	0	0	0	0	0	-6	-13	-18	-25	-28	-35	-38	-45	-52	-59
über	120	148	185	68	83	106	39	54	25	40	63	100	160	18	26	4	12	-8	0	-20	-12	-36	-28
bis	180	85	85	43	43	43	14	14	0	0	0	0	0	-7	-14	-21	-28	-33	-40	-45	-52	-61	-68
über	180	172	215	79	96	122	44	61	29	46	72	115	185	22	30	5	13	-8	0	-22	-14	-41	-33
bis	250	100	100	50	50	50	15	15	0	0	0	0	0	-7	-16	-24	-33	-37	-46	-51	-60	-70	-79
über	250	191	240	88	108	137	49	69	32	52	81	130	210	25	36	5	16	-9	0	-25	-14	-47	-36
bis	315	110	110	56	56	56	17	17	0	0	0	0	0	-7	-16	-27	-36	-41	-52	-57	-66	-79	-88
über	315	214	265	98	119	151	54	75	36	57	89	140	230	29	39	7	17	-10	0	-26	-16	-51	-41
bis	400	125	125	62	62	62	18	18	0	0	0	0	0	-7	-18	-29	-40	-46	-57	-62	-73	-87	-98
über	400	232	290	108	131	165	60	83	40	63	97	155	250	33	43	8	18	-10	0	-27	-17	-55	-45
bis	500	135	135	68	68	68	20	20	0	0	0	0	0	-7	-20	-32	-45	-50	-63	-67	-80	-95	-108

Nennmaße in mm, Abmaße in µm

9.6 DIN 16742 für Kunststoffteile (Spritzguß u.ä. Verfahren)

Nennmaß von: / Tol.gr. bis:	1 / 3	3 / 6	6 / 10	10 / 18	18 / 30	30 / 50	50 / 80	80 / 120	120 / 180	180 / 250	250 / 315	315 / 400	400 / 500	500 / 630	630 / 800	800 / 1000
TG1	0,007	0,012	0,018	0,022	0,026	0,031	0,037	0,044								
TG2	0,013	0,020	0,029	0,035	0,042	0,050	0,060	0,090	0,13	0,15	0,16	0,18	0,20			
TG3	0,020	0,031	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,15	0,20	0,23	0,26	0,29	0,40	0,55	0,63	0,70
TG4	0,03	0,05	0,08	0,09	0,11	0,13	0,15	0,23	0,31	0,36	0,41	0,45	0,63	0,88	1,00	1,15
TG5	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17	0,20	0,23	0,36	0,50	0,58	0,65	0,70	1,00	1,40	1,60	1,80
TG6	0,07	0,12	0,18	0,22	0,26	0,31	0,37	0,57	0,80	0,93	1,05	1,15	1,60	2,20	2,50	2,80
TG7	0,13	0,20	0,29	0,35	0,42	0,50	0,60	0,90	1,25	1,45	1,60	1,80	2,60	3,50	4,00	4,50
TG8	0,20	0,31	0,45	0,55	0,65	0,80	0,95	1,40	2,00	2,30	2,60	2,85	4,00	5,50	6,25	7,00
TG9	0,30	0,49	0,75	0,90	1,05	1,25	1,50	2,25	3,15	3,60	4,05	4,45	6,20	8,50	10,00	11,50

Alle Werte in mm, Toleranzangaben als symmetrische Abmaße um das Nennmaß, d.h. es gilt Nennmaß ± Wert gem. Tabelle

Werte gelten für werkzeuggebundene Maße, ansonsten Wert für den nächsthöheren Nennmaßbereich in derselben Toleranzgruppe verwenden

Gelb markiert: Abweichungen zu den Werten aus der DIN EN ISO 286-1 wegen Interpolation

Definitionen zur Verarbeitungsschwindung VS

VS_L Längsschwindung, mittlere VS parallel zur Schmelzefließrichtung

VS_Q Querschwindung, mittlere VS senkrecht zur Schmelzefließrichtung

VS_{max} Maximalwert der VS bei Variation der Prozessparameter und Materialchargen, ohne Anisotropieeffekt, d.h. bei VS_L ungleich VS_Q gilt:
$VS_{max} = (VS_{L,max} + VS_{Q,max}) / 2$

VS_{min} Minimalwert der VS, analog definiert

Rechenwert der VS im erwarteten Streubereich, für Werkzeugauslegung:

$$VS_R = (VS_{max} + VS_{min}) / 2$$

Prozess- und chargenbedingter Streubereich der VS:

$$\Delta S = VS_{max} - VS_{min}$$

Schwindungsanisotropie (Absolutwert der Schwindungsdiff. durch Anisotropie):

$$\Delta VS = |VS_Q - VS_L|$$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Punktbewertung zur Auswahl der Toleranzgruppe TG

Gesamtpunkte $P_g = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = x$, entspricht der Tol.gruppe TG_x.
Falls P_g ¿ 9, wird TG9 angewendet.

Fertigungsverfahren:	P_1
Spritzgießen, Spritzprägen, Spritzpressen:	1
Formpressen, Fließpressen:	2

Materialsteifigkeit bzw. -härte :	Bezeichnung	P_2
E-Modul über 1200 N/mm^2 / Shore D über 75	hart	1
E-Modul 30 ... 1200 N/mm^2 / Shore D über 35 ... 75	halbhart	2
E-Modul 3 ... 30 N/mm^2 / Shore A 50 ... 90	weich	3
E-Modul unter 3 N/mm^2 / Shore A unter 50	sehr weich	4

Mittlere Verarbeitungsgeschwindigkeit VS_R	P_3
unter 0,5 %	0
0,5 % ... 1 %	1
1 % ... 2 %	2
über 2 %	3

Genauigkeit der Werkzeugkonturbemaßung, d.h. Schwindungsvorhersage:

Beschreibung	**ΔS / VS_R**	**ΔVS**	**P_4**
VS_R aus Messungen oder insbes. Simulationen genau bekannt. Falls ΔVS ¿ 0,1 %, kann VS in der jeweiligen Maßrichtung differenziert und hinreichend genau berücksichtigt werden.	bis 20 %	bis 0,1 %	1
VS_R aus Erfahrung relativ genau bekannt. Falls ΔVS ¿ 0,3 %, kann VS in der jeweiligen Maßrichtung wenigstens tendenziell richtig berücksichtigt werden.	20 ... 40 %	0,1 ... 0,3 %	2
VS_R nur als Richtwert bekannt. ΔVS wird nicht berücksichtigt	über 40 %	über 0,3 %	3

Fertigungsaufwand (Aufwandsreihen):

Beschreibung	**Reihe**	**M_g**	**P_5**
Normalfertigung bzw. Allgemeintoleranz Fertigung mit Maßhaltigkeitsanforderungen ohne besonderen Qualitätsschwerpunkt	1	9 - 12	0
Genaufertigung Fertigung ist auf höhere Maßhaltigkeitsanforderung ausgerichtet	2	13 - 15	-1
Präzisionsfertigung Vollständige Ausrichtung der Fertigung auf sehr hohe Maßhaltigkeitsanforderungen	3	16 - 17	-2
Präzisionssonderfertigung wie Reihe 3, mit intensivierter Prozessüberwachung bzw. -regelung, Klimatisierung, ...	4	18	-3

Aufwandsmerkmale (M_i) nach TecPart-Richtlinie:

Bezügl. Maßhaltigkeit optimal gestaltete und dimensionierte Formteile	M_1
Funktionssichere, steife, thermisch/rheologisch ausbalancierte Wzg.	M_2
Anlagen mit hoher Wiederholgenaugkeit im automatischen Betrieb	M_3
Qualifiziertes Personal für system. Optimierung und Qualitätsicherung	M_4
Formmassen mit garantiert geringen Eigenschaftsschwankungen	M_5
SPC mit kontinuierlichen hohen cpk, Prozessüberwachung u. -regelung	M_6

Erfüllungsgrad der Aufwandsmerkmale:

nicht erfüllt	$M_i = 1$
bedingt erfüllt	$M_i = 2$
vollständig erfüllt	$M_i = 3$

Gesamterfüllungsgrad: $M_g = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

10 Werkstoffbezeichnungen

Vorbemerkung: Aufgeführt sind nur die gebräuchlichsten Bezeichnungen. Gemäß den Normen gibt es weitere Kennbuchstaben, Zusatzangaben und Kombinationen von Zusatzbuchstaben.

10.1 DIN EN 10027-1 Variante 1: Stahl nach Verwendung und Eigenschaften

10.1.1 Genereller Aufbau

1. vorangestellte Buchstaben zur Klassifizierung der Stahlgruppe
2. Zahlenwert einer mechanischen Eigenschaft oder andere Charakterisierung, dabei hängt es vom vorangestellten Buchstaben ab, welche Eigenschaften angegeben werden
3. ggf. Zusatzbuchstaben gemäß Gruppe 1 für wesentliche Eigenschaften des Stahls, alternativ (nur bei Stahlgruppen S und E) Angabe zur Kerbschlagzähigkeit, zusammengesetzt aus einem Kennbuchstaben für die minimale Kerbschlagarbeit und einen Buchstaben oder einer Ziffer für die Prüftemperatur
4. ggf. Zusatzbuchstaben gemäß Gruppe 2 für weitere wesentliche Eigenschaften des Stahls,
5. optional Zusatzbuchstaben für besondere Anforderungen (insbesondere Härtbarkeit) des Stahls (s. DIN EN 10027-1, Tabelle 16), nur bei Stahlgruppen S, P und L, mit vorangestellten Pluszeichen (+)
6. optional Zusatzbuchstaben für den Überzug von Stahlprodukten (s. DIN EN 10027-1, Tabelle 17), nur bei Stahlgruppen S, P, L, D, H und T, mit vorangestellten Pluszeichen (+)
7. optional Zusatzbuchstaben für den Behandlungszustand von Stahlprodukten (s. DIN EN 10027-1, Tabelle 18), außer bei Stahlgruppen R, H und M, mit vorangestellten Pluszeichen (+)

10.1.2 Vorangestellte Buchstaben

Buchstabe	Stahlgruppe	angegebene mechanische Eigenschaft
S	Stahl für Stahlbau	Mindeststreckgrenze in MPa
P	Stahl für Druckbehälter	Mindeststreckgrenze in MPa
L	Stahl für Rohrleitungen	Mindeststreckgrenze in MPa
E	Maschinenbaustahl	Mindeststreckgrenze in MPa
B	Stahl für Stahlbeton	charakteristische Streckgrenze in MPa
Y	Stahl für Spannbeton	Mindestzugfestigkeit in MPa
R	Schienenstahl	minimale Brinellhärte in HBW
D	Blech aus weichem Stahl zum Tiefziehen	Kennbuchstabe C (kaltgewalzt) bzw. D (warmgewalzt) bzw. X (Walzverfahren nicht spezifiziert), gefolgt von zweistelligerZählnummer
H	Kaltgewalzter höherfester Stahl zum Kaltumformen	Mindeststreckgrenze in MPa
T	Verpackungsblech	charakteristische Streckgrenze in MPa
M	Elektroblech	höchstzulässige Ummagnetisierungsverluste bei 50 Hz und 1,5 T in W/100kg sowie abgetrennt mit einem Bindestrich die Nenndicke in 0,01 mm
G	Stahlgusslegierung	wird der Stahlbezeichnung zusätzlich vorangestellt

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

10.1.3 Gruppe 1: Ausgewählte Zusatzbuchstaben für Eigenschaften des Stahls

Buchstaben	Bedeutung	Verwendung bei
D	für Heißbeschichtung geeignet	D
M	warmgewalzt	S, P, L, H
N	normalisiert	S, P, L
Q	vergütet (gehärtet und angelassen)	S, P, L, Y
B	für Gasflaschen	P
S	für einfache Druckbehälter	P
T	für Rohre	P, D
H	für Hohlprofile	D
C	kaltgezogener Draht	Y
H	warmgezogene Stäbe	Y
S	Litze	Y
Cr	mit Chrom legiert	R
Mn	hoher Mangangehalt	R
P	mit Phosphor	H
I	isotrop	H
G	andere Eigenschaften, ggf. charakterisiert mit 1 oder 2 Ziffern	S, P, L, E, Y, R, D, H

10.1.4 Angabe der minimalen Kerbschlagarbeit nach DIN EN ISO 148 für Stahlgruppe S und E

Prüftemperatur	¿ 27 J	¿ 40 J	¿ 60 J
+20°C	JR	KR	LR
0°C	J0	K0	L0
−20°C	J2	K2	L2
−30°C	J3	K3	L3
−40°C	J4	K4	L4
−50°C	J5	K5	L5
−60°C	J6	K6	L6

10.1.5 Gruppe 2: Ausgewählte Zusatzbuchstaben für weitere Eigenschaften des Stahls

Buchstaben	Bedeutung	Verwendung bei
C	für Kaltumformung	S, E
D	für Heißbeschichtung geeignet	S, H
M	warmgewalzt	S
N	normalisiert	S
Q	vergütet (gehärtet und angelassen)	S, R
L	für tiefe Temperaturen	S, P
H	für hohe Temperaturen	P
X	für tiefe und hohe Temperaturen	P
S	für Schiffbau	S
T	für Rohre	S
H	für Hohlprofile	S
HT	wärmebehandelt	R
W	wetterbeständig	S

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

10.1.6 Zusatzbuchstaben zu besonderen Anforderungen (insb. Härtbarkeit) des Stahls (Tabelle 16)

Buchstaben	Bedeutung
CH	durchhärtbar
H	härtbar
Z15	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 15%
Z25	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 25%
Z35	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 35%

Nicht anwendbar bei Stahlgruppen E, B, Y, R, D, H, T und M

10.1.7 Zusatzbuchstaben zum Überzug bei Stahlprodukten (Tabelle 17)

Buchstaben	Bedeutung
A	feueraluminiert
AS	beschichtet mit einer Aluminium-Silizium-Legierung
AZ	beschichtet mit einer Aluminium-Zink-Legierung
CE	elektrolytische Chrom-Chromoxid-Beschichtung
CU	beschichtet mit Kupfer
IC	anorganische Beschichtung
OC	organische Beschichtung
S	feuerverzinnt
SE	elektrolytisch verzinnt
T	schmelztauchbeschichtet mit einer Blei-Zinn-Legierung
TE	elektrolytisch beschichtet mit einer Blei-Zinn-Legierung
Z	feuerverzinkt
ZA	beschichtet mit einer Zink-Aluminium-Legierung
ZE	elektrolytisch verzinkt
ZF	schmelztauchbeschichtet mit einer Zink-Eisen-Legierung
ZN	elektrolytisch beschichtet mit einer Zink-Nickel-Legierung

Nicht anwendbar bei Stahlgruppen E, B, Y, R und M

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

10.1.8 Ausgewählte Zusatzbuchstaben zum Behandlungszustand bei Stahlprodukten (Tabelle 18)

Buchstaben	Bedeutung
A	weichgeglüht
AC	geglüht zur Erzielung kugelförmiger Carbide
AT	lösungsgeglüht
AR	gewalzt
C	kaltverfestigt
Cnnn	kaltverfestigt auf eine minimale Zugfestigkeit von nnn MPa
CPnnn	kaltverfestigt auf eine minimale 0,2%-Dehngrenze von nnn MPa
CR	kaltgewalzt
DC	Behandlungszustand ist Betriebsgeheimnis des Herstellers
FP	behandelt zur Erreichung einer ferritisch-perlitischen Struktur
HC	warmgewalzt, anschließend kaltverfestigt
M	thermomechanisch gewalzt
N	normalisiert
NT	normalisiert und angelassen
Q	abgeschreckt (gehärtet)
QA	luftgehärtet
QO	ölgehärtet
QT	vergütet (abgeschreckt und angelassen)
QW	wassergehärtet
RA	rekristallisationsgeglüht
S	behandelt auf Kaltscherbarkeit
T	angelassen
U	unbehandelt
WW	warmverfestigt

Nicht anwendbar bei Stahlgruppen R, H und M

10.2 DIN EN 10027-1 Variante 2: Stahl nach chemischer Zusammensetzung

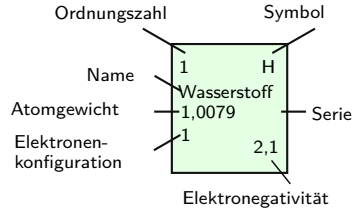
10.2.1 Genereller Aufbau gemäß DIN EN 10027-1, Tabelle 12 bis 15

1. ggf. vorangestellte Buchstaben zur Klassifizierung der Stahlgruppe
2. Kohlenstoffgehalt in % mal 100 (auf ganze Zahl gerundet), außer bei HS-Stahl
3. Angaben zu Legierungsbestandsteilen, gefolgt von Gehaltsangaben, ggf. mehrere Zahlenwerte durch Bindestriche getrennt, außer bei unlegiertem Stahl, und bei HS-Stahl werden nur die Gehaltsangaben gemacht
4. optional Zusatzbuchstaben für Eigenschaften des Stahls (außer bei niedriglegiertem Stahl); für unlegierten Stahl s. DIN EN 10027-1, Tabelle 12, Gruppe 1; für hochlegierten Stahl Angabe von Legierungsbestandteilen mit hoher Bedeutung für die Materialeigenschaften, aber mit geringem Gehalt (zwischen 0,2% und 1%), die Angabe wird mit einem Bindestrich getrennt und der Gehalt wird in Vielfachen von 0,1% angegeben (z.B. X30NiCrN15-1-N5); bei HS-Stahl Angabe von weiteren wichtigen Legierungsbestandteilen außer W, Mo, V und Co (z.B. HS6-5-2C).
5. optional Zusatzbuchstaben für den Behandlungszustand von Stahlprodukten (s. DIN EN 10027-1, Tabelle 16 oder 18), mit vorangestellten Pluszeichen (+). Mögliche Zusatzbuchstaben siehe entsprechenden Abschnitt zu DIN EN 10027-1 Variante 1.

Anmerkung: Es werden nicht alle Legierungsbestandteile genannt und auch nicht für alle aufgeführten Legierungsbestandteile der Gehalt angegeben. Alle Gehaltsangaben sind Gewichts-%. Gehaltsangaben unter 1 % werden i. a. weggelassen.

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Legende



Ordnungszahl
- schwarz = nicht radioaktiv
- gelb = radioaktiv

Symbol
- schwarz = Feststoff
- rot = Gas
- blau = Flüssigkeit

Serie
- Alkalimetalle
- Erdalkalimetalle
- Übergangsmetalle
- Lanthanoide
- Actinoide
- Metalle
- Halbmetalle
- Nichtmetalle
- Halogene
- Edelgase

durchgehend = natürliches Element

schraffiert = künstliches Element

Gruppe

Periode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1 H Wasserstoff 1,0079 1 2,1																	2 He Helium 4,0026 2
2	3 Li Lithium 6,941 2/1 1,0	4 Be Beryllium 9,0122 2/2 1,5											5 B Bor 10,811 2/3 2,0	6 C Kohlenstoff 12,011 2/4 2,5	7 N Stickstoff 14,007 2/5 3,0	8 O Sauerstoff 15,999 2/6 3,5	9 F Fluor 18,988 2/7 4,0	10 Ne Neon 20,180 2/8
3	11 Na Natrium 22,990 2/8/1 0,9	12 Mg Magnesium 24,305 2/8/2 1,2											13 Al Aluminium 26,982 2/8/3 1,5	14 Si Silicium 28,086 2/8/4 1,8	15 P Phosphor 30,974 2/8/5 2,1	16 S Schwefel 32,065 2/8/6 2,5	17 Cl Chlor 35,453 2/8/7 3,0	18 Ar Argon 39,948 2/8/8
4	19 K Kalium 39,098 2/8/8/1 0,8	20 Ca Calcium 40,078 2/8/8/2 1,0	21 Sc Scandium 44,956 2/8/9/2 1,3	22 Ti Titan 47,867 2/8/10/2 1,5	23 V Vanadium 50,942 2/8/11/2 1,6	24 Cr Chrom 51,996 2/8/13/1 1,6	25 Mn Mangan 54,938 2/8/13/2 1,5	26 Fe Eisen 55,845 2/8/14/2 1,8	27 Co Cobalt 58,933 2/8/15/2 1,8	28 Ni Nickel 58,693 2/8/16/2 1,8	29 Cu Kupfer 63,546 2/8/18/1 1,9	30 Zn Zink 65,38 2/8/18/2 1,6	31 Ga Gallium 69,723 2/8/18/3 1,6	32 Ge Germanium 72,64 2/8/18/4 1,8	33 As Arsen 74,922 2/8/18/5 2,0	34 Se Selen 78,96 2/8/18/6 2,4	35 Br Brom 79,904 2/8/18/7 2,8	36 Kr Krypton 83,798 2/8/18/8
5	37 Rb Rubidium 85,468 2/8/18/8/1 0,8	38 Sr Strontium 87,62 2/8/18/8/2 1,0	39 Y Yttrium 88,906 2/8/18/9/2 1,3	40 Zr Zirconium 91,224 2/8/18/10/2 1,4	41 Nb Niob 92,906 2/8/18/12/1 1,6	42 Mo Molybdän 95,96 2/8/18/13/1 1,8	43 Tc Technetium 98,91 2/8/18/13/2 1,9	44 Ru Ruthenium 101,07 2/8/18/15/1 2,2	45 Rh Rhodium 102,91 2/8/18/16/1 2,2	46 Pd Palladium 106,42 2/8/18/18 2,2	47 Ag Silber 107,87 2/8/18/18/1 1,9	48 Cd Cadmium 112,41 2/8/18/18/2 1,7	49 In Indium 114,82 2/8/18/18/3 1,7	50 Sn Zinn 118,71 2/8/18/18/4 1,8	51 Sb Antimon 121,76 2/8/18/18/5 1,9	52 Te Tellur 127,60 2/8/18/18/6 2,1	53 I Iod 126,90 2/8/18/18/7 2,5	54 Xe Xenon 131,29 2/8/18/18/8
6	55 Cs Caesium 132,91 2/8/18/18/8/1 0,7	56 Ba Barium 137,33 2/8/18/18/8/2 0,9	57-71 siehe unten	72 Hf Hafnium 178,49 2/8/18/32/10/2 1,3	73 Ta Tantal 180,95 2/8/18/32/11/2 1,5	74 W Wolfram 183,84 2/8/18/32/12/2 1,7	75 Re Rhenium 186,21 2/8/18/32/13/2 1,9	76 Os Osmium 190,23 2/8/18/32/14/2 2,2	77 Ir Iridium 192,22 2/8/18/32/15/2 2,2	78 Pt Platin 195,08 2/8/18/32/17/1 2,2	79 Au Gold 196,97 2/8/18/32/18/1 2,4	80 Hg Quecksilber 200,59 2/8/18/32/18/2 1,9	81 Tl Thallium 204,38 2/8/18/32/18/3 1,8	82 Pb Blei 207,2 2/8/18/32/18/4 1,8	83 Bi Bismut 208,98 2/8/18/32/18/5 1,9	84 Po Polonium 209,98 2/8/18/32/18/6 2,0	85 At Astat (210) 2/8/18/32/18/7 2,2	86 Rn Radon (222) 2/8/18/32 18/8
7	87 Fr Francium (223) 2/8/18/32/18/8/1 0,7	88 Ra Radium 226,03 2/8/18/32/18/8/2 0,9	89-103 siehe unten	104 Rf Rutherfordium (261) 2/8/18/32/32/10/2	105 Db Dubnium (262) 2/8/18/32/32/11/2	106 Sg Seaborgium (263) 2/8/18/32/32/12/2	107 Bh Bohrium (262) 2/8/18/32/32/13/2	108 Hs Hassium (265) 2/8/18/32/32/14/2	109 Mt Meitnerium (266) 2/8/18/32/32/15/2	110 Ds Darmstadtium (269) 2/8/18/32/32/17/1	111 Rg Roentgenium (272) 2/8/18/32/32/18/1	112 Cn Copernicium (277) 2/8/18/32/32/18/2	113 Nh Nihonium (287) 2/8/18/32/32/18/3	114 Fl Flerovium (289) 2/8/18/32/32/18/4	115 Mc Moscovium (288) 2/8/18/32/32/18/5	116 Lv Livermorium (289) 2/8/18/32/32/18/6	117 Ts Tenness (293) 2/8/18/32/32/18/7	118 Og Oganesson (294) 2/8/18/32 32/18/8

Lanthanoide	57 La Lanthan 138,91 2/8/18/18/9/2 1,1	58 Ce Cer 140,12 2/8/18/19/9/2 1,1	59 Pr Praseodym 140,91 2/8/18/21/8/2 1,1	60 Nd Neodym 144,24 2/8/18/22/8/2 1,1	61 Pm Promethium 146,90 2/8/18/23/8/2 1,1	62 Sm Samarium 150,36 2/8/18/24/8/2 1,2	63 Eu Europium 151,96 2/8/18/25/8/2 1,2	64 Gd Gadolinium 157,25 2/8/18/25/9/2 1,2	65 Tb Terbium 158,93 2/8/18/27/8/2 1,2	66 Dy Dysprosium 162,50 2/8/18/28/8/2 1,2	67 Ho Holmium 164,93 2/8/18/29/8/2 1,2	68 Er Erbium 167,26 2/8/18/30/8/2 1,2	69 Tm Thulium 168,93 2/8/18/31/8/2 1,2	70 Yb Ytterbium 173,05 2/8/18/32/8/2 1,2	71 Lu Lutetium 174,97 2/8/18/32/9/2 1,2
Actinoide	89 Ac Actinium (227) 2/8/18/32/18/9/2 1,1	90 Th Thorium 232,04 2/8/18/32/18/10/2 1,3	91 Pa Protactinium 231,04 2/8/18/32/20/9/2 1,5	92 U Uran 238,03 2/8/18/32/21/9/2 1,4	93 Np Neptunium 237,05 2/8/18/32/22/9/2 1,3	94 Pu Plutonium (244,10) 2/8/18/32/24/8/2 1,3	95 Am Americium (243,10) 2/8/18/32/25/8/2 1,3	96 Cm Curium (247,10) 2/8/18/32/25/9/2 1,3	97 Bk Berkelium (247,10) 2/8/18/32/25/10/2 1,3	98 Cf Californium (251,10) 2/8/18/32/28/8/2 1,3	99 Es Einsteinium (254,10) 2/8/18/32/29/8/2 1,3	100 Fm Fermium (257,10) 2/8/18/32/30/8/2 1,3	101 Md Mendelevium (258) 2/8/18/32/31/8/2 1,3	102 No Nobelium (259) 2/8/18/32/32/8/2 1,3	103 Lr Lawrencium (260) 2/8/18/32/32/9/2 1,3

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Formelsammlung für die technisch-naturwissenschaftlichen Module

©2015-2021
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

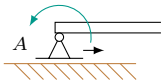
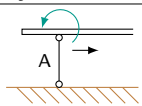
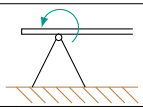
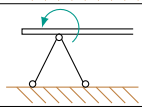
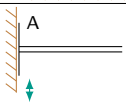
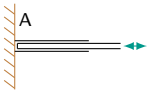
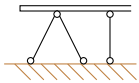
Elastische Energie (gespannte Feder)	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2$	$\text{kg}\,\text{m}^2\,\text{s}^{-2} = \text{N}\,\text{m} = \text{J}$
Leistung $\boldsymbol{P}$	$P = \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$[P] = \text{J}\,\text{s}^{-1} = \text{kg}\,\text{m}^2\,\text{s}^{-3} = \text{W}$
Potenzial $\boldsymbol{\Phi}$ eines Kraftfeldes $\vec{\boldsymbol{F}}$	$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \cdot \Phi(\vec{r})$	$[\Phi] = \text{N}\,\text{m} = \text{J}$
Arbeit $\boldsymbol{W}$ im Potenzialfeld $\vec{\boldsymbol{\Phi}}$	$W_{1\to 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \text{grad}\Big(\Phi(\vec{r})\Big) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \Phi(\vec{r}_2) - \Phi(\vec{r}_1)$	$[W] = \text{N}\,\text{m}$

11 Technische Mechanik - Statik

11.1 Kräftegruppen

Kraftzerlegung	$\vec{F} = F_x \cdot \vec{e}_x + F_y \cdot \vec{e}_y + F_z \cdot \vec{e}_z$
Die Resultierende einer Zentralkräftegruppe	$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz}$
Drehmoment im $\mathbb{R}^3$	$M_z^{(A)} = x \cdot F_y - y \cdot F_x$ $M_x^{(A)} = y \cdot F_z - z \cdot F_y$ $M_y^{(A)} = z \cdot F_x - x \cdot F_z$ $\Rightarrow \vec{M}^{(A)} = \begin{pmatrix} y \cdot F_z - z \cdot F_y \\ z \cdot F_x - x \cdot F_z \\ x \cdot F_y - y \cdot F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \vec{r} \times \vec{F}$
Gleichgewichtsbedingungen	$\sum_i \vec{F}_i = 0$ und $\sum_j \vec{M}_j = 0$

11.2 Lager

Lager	*Wertigkeit*	*Symbol*	*Lager*	*Wertigkeit*	*Symbol*
Gleitlager / Loslager	$r = 1$		Stützstab / Pendelstütze	$r = 1$	
Gelenklager Festlager	$r = 2$		Doppelstütze	$r = 2$	
Parallelführung	$r = 2$		Schiebehülse	$r = 2$	
Feste Einspannung	$r = 3$		Dreifachstütze	$r = 3$	

11.3 Fachwerke

Ebene Tragwerke	Lagerreaktionen: r Freiheitsgrade: $f = 3 - r$	
Statische Bestimmtheit	k: Anzahl der Knoten r: Anzahl der Lagerreaktionen s: Anzahl der Stäbe	$\Rightarrow\ 2 \cdot k = s + r$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

11.3.1 Vorangestellte Buchstaben

Buchstabe	Stahlgruppe	Angabe Legierungsbestandteile, Bemerkungen
C	unlegierter Stahl	keine Angabe der Legierungsbestandteile
ohne	niedriglegierter Stahl	wesentliche Elemente, Gehalt in % mit Faktoren gemäß folgender Tabelle
X	hochlegierter Stahl	wesentliche Elemente, Gehalt auf ganze % gerundet
HS	Schnellarbeitsstahl	keine Angabe des Kohlenstoffgehalts, Gehalt an W, Mo, V, Co (in dieser Reihenfolge) ohne Angabe der Elemente, ggf. 0, falls W, Mo oder V nicht enthalten sind
G	Stahlgusslegierung	wird der Stahlbezeichnung zusätzlich vorangestellt, keine Anwendung bei HS-Stahl
PM	pulvermetallurgischer Stahl	wird der Stahlbezeichnung zusätzlich vorangestellt, nur in Verbindung mit X oder HS

11.3.2 Faktoren für Gehalt an Legierungsbestandteilen bei niedriglegiertem Stahl

Faktor	Elemente
4	Cr, Co, Mn, Ni, Si, W
10	Al, Be, Cu, Mo, Nb, Ta, Ti, V, Zr
100	C, Ce, N, P, S
1000	B

11.3.3 Zusatzbuchstaben für unlegierten Stahl (Gruppe 1)

Buchstabe	Bedeutung
C	für Kaltumformung
D	für Drahtziehen
E	mit spezifizierten maximalen Schwefelgehalt
R	mit spezifizierten Schwefelgehalt (Ober- und Untergrenze)
S	für Federn
U	für Werkzeuge
W	für Schweißanwendungen
G	andere Eigenschaften, ggf. charakterisiert mit 1 oder 2 Ziffern

Bei Zusatzbuchstaben E und R kann der maximale bzw. mittlere Schwefelgehalt in 0,01% als ganze Zahl angehängt werden.

11.3.4 Zusatzbuchstaben zu besonderen Anforderungen (insb. Härtbarkeit) für niedrig- und hochlegierten Stahl (Tabelle 16)

Buchstaben	Bedeutung
CH	durchhärtbar
H	härtbar
Z15	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 15%
Z25	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 25%
Z35	Mindestbrucheinschnürung senkrecht zur Oberfläche 35%

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

11.4 DIN EN 10027-2: Werkstoffnummern

11.4.1 Genereller Aufbau

1. Ziffer, gefolgt von einem Punkt, zur Klassifizierung der Werkstoffhauptgruppe
2. zwei Ziffern zur Klassifizierung der Werkstoffgruppe, z.B. Stahlgruppe
3. zwei Ziffern als Zählnummer innerhalb der Werkstoffgruppe

11.4.2 Werkstoffhauptgruppen

Ziffer	Hauptgruppe	Bemerkungen
0	Roheisen, Gusseisen	
1	Stahl	
2	Schwermetalle und deren Legierungen	außer Eisen und Eisenlegierungen
3	Leichtmetalle und deren Legierungen	
4 - 8	Nichtmetallische Werkstoffe	Anwendung für diese Werkstoffe nicht üblich

11.4.3 Stahlgruppen (Werkstoffnummmern 1.xxxx)

Ziffer / Klasse	Bedeutung
00	unlegierter Basis- bzw. Grundstahl
01 u. 91	unlegierter Qualitätsstahl, allgemeiner Baustahl mit $R_m < 500\,\text{MPa}$
02 u. 92	unlegierter Qualitätsstahl, sonstiger Baustahl mit $R_m < 500\,\text{MPa}$, nicht für Wärmebehandlung bestimmt
03 u. 93	unlegierter Qualitätsstahl mit C-Gehalt $< 0,12\%$ oder $R_m < 400\,\text{MPa}$
04 u. 94	unlegierter Qualitätsstahl mit C-Gehalt zwischen $0,12\%$ und $0,25\%$ oder $400\,\text{MPa} \leq R_m < 500\,\text{MPa}$
05 u. 95	unlegierter Qualitätsstahl mit C-Gehalt zwischen $0,25\%$ und $0,55\%$ oder $500\,\text{MPa} \leq R_m < 700\,\text{MPa}$
06 u. 96	unlegierter Qualitätsstahl mit C-Gehalt $\geq 0,55\%$ oder $R_m \geq 700\,\text{MPa}$
07 u. 97	unlegierter Qualitätsstahl mit höherem S- oder P-Gehalt
08	legierter Qualitätsstahl mit besonderen physikalischen Eigenschaften, z.B. Elektrostahl
09	legierter Qualitätsstahl für verschiedene Anwendungsbereiche
10	unlegierter Edelstahl mit besonderen physikalischen Eigenschaften
11	unlegierter Edelstahl für Stahlbau mit C-Gehalt $< 0,5\%$
12	unlegierter Edelstahl für Stahlbau mit C-Gehalt $\geq 0,5\%$
13	unlegierter Edelstahl für Stahlbau mit besonderen Anforderungen
15 - 18	unlegierter Edelstahl für Werkzeuge
20	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselement Cr
21	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselemente Cr-Si, Cr-Mn oder Cr-Mn-Si
22	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselemente Cr-V, Cr-V-Si, Cr-V-Mn oder Cr-V-Mn-Si
23	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselemente Cr-Mo, Cr-Mo-V oder Mo-V
24	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselemente W oder Cr-W
25	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselemente W-V oder Cr-W-V
26	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Werkstoffe außerhalb der Klassen 24, 25 und 27
27	legierter Edelstahl für Werkzeuge, Hauptlegierungselement Ni
28	legierter Edelstahl für Werkzeuge, sonstige Legierungen
32	legierter HS-Edelstahl ohne Co
33	legierter HS-Edelstahl mit Co
34	verschleißfester legierter Edelstahl
35	legierter Edelstahl für Wälzlager
36	legierter Edelstahl mit besonderen magnetischen Eigenschaften ohne Co

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Ziffer / Klasse	Bedeutung
37	legierter Edelstahl mit besonderen magnetischen Eigenschaften mit Co
38	legierter Edelstahl mit besonderen anderen physikalischen Eigenschaften ohne Ni
39	legierter Edelstahl mit besonderen anderen physikalischen Eigenschaften mit Ni
40	chemisch beständiger legierter Edelstahl (korrosionsfrei) mit $< 2,5\%$ Ni und ohne Mo, Nb und Ti
41	chemisch beständiger legierter Edelstahl (korrosionsfrei) mit $< 2,5\%$ Ni sowie Mo, aber ohne Nb und Ti
43	chemisch beständiger legierter Edelstahl (korrosionsfrei) mit $\geq 2,5\%$ Ni und ohne Mo, Nb und Ti
44	chemisch beständiger legierter Edelstahl (korrosionsfrei) mit $\geq 2,5\%$ Ni sowie Mo, aber ohne Nb und Ti
45 - 46	chemisch beständiger legierter Edelstahl (korrosionsfrei) mit Sonderzusätzen
47	hitzebeständiger legierter Edelstahl mit $< 2,5\%$ Ni
48	hitzebeständiger legierter Edelstahl mit $\geq 2,5\%$ Ni
49	hochwarmfester legierter Edelstahl
50 - 59	legierter Edelstahl für Stahlbau
60 - 69	legierter Edelstahl für Maschinenbau
70 - 79	legierter Edelstahl für Behälterbau
80 - 89	hochfester legierter Edelstahl
90	unlegierter Basis- bzw. Grundstahl
91 - 97	unlegierter Qualitätsstahl, s.o.
98	legierter Qualitätsstahl mit besonderen physikalischen Eigenschaften, z.Z. nicht belegt
99	legierter Qualitätsstahl für verschiedene Anwendungsbereiche, z.Z. nicht belegt

11.5 DIN EN 1560-11: Eisen-Gusswerkstoffe

11.5.1 Genereller Aufbau für unlegierte Eisen-Gusswerkstoffe

1. EN für Europäische Norm (wird manchmal weggelassen), gefolgt von einem Bindestrich
2. GJ für Gusseisen, dabei steht J für Eisen (engl. Iron), und J wird statt I verwendet, um Verwechselungen zu vermeiden
3. Buchstabe für Graphitform
4. Buchstabe für Mikro- oder Makrogefüge, gefolgt von einem Bindestrich
5. Angabe von mechanischen Eigenschaften, ggf. mehrere Eigenschaften durch Bindestriche getrennt, optional angehängter Zusatzbuchstaben mit Informationen über die Herkunft der Probestücke
6. optional Zusatzbuchstaben für zusätzliche Anforderungen

11.5.2 Genereller Aufbau für legierte Eisen-Gusswerkstoffe

1. EN für Europäische Norm (wird manchmal weggelassen), gefolgt von einem Bindestrich
2. GJ für Gusseisen
3. Buchstabe für Graphitform
4. Buchstabe für Mikro- oder Makrogefüge, gefolgt von einem Bindestrich
5. Angabe der Legierungselemente analog DIN EN 10027-1 Variante 2 für Stahl, jedoch ohne Angabe des C-Gehalts (s. 10.2.2 und 10.2.3), danach werden keine Zusatzbuchstaben mehr angehängt

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

11.5.3 Buchstaben für Graphitform

Buchstabe	Bedeutung
L	Lamellen
S	Kugel
V	Vermicular
M	Temperkohle
H	graphitfrei
X	Sonderstruktur

11.5.4 Buchstaben für Mikro- oder Makrogefüge

Buchstabe	Bedeutung
A	Austenit
F	Ferrit
P	Perlit
M	Martensit
L	Ledeburit
Q	Abschreckgefüge
T	Vergütungsgefüge
B	nichtentkohlend geglüht
W	entkohlend geglüht
N	graphitfrei

11.5.5 Angabe der mechanischen Eigenschaften

Üblicherweise wird die Mindestzugfestigkeit in MPa als reiner Zahlenwert angeben, alternativ auch die Härte in HB oder HV, dann wird diese Angabe dem Zahlenwert vorangestellt.
Bei Temperguss wird zusätzlich zur Mindestzugfestigkeit die Mindestbruchdehnung in % angegeben, gefolgt von den Buchstaben -RT bzw. -LT, je nachdem, ob die Messung bei Raumtemperatur oder bei Tieftemperatur erfolgt ist.
Daran angehängt wird optional die Angabe über die Herkunft der Probestücke:

Buchstabe	Bedeutung
S	getrennt gegossenes Probestück
C	einem Gussstück entnommenes Probestück
U	angegossenes Probestück

11.5.6 Zusatzbuchstaben für zusätzliche Anforderungen bzw. Behandlungen

Buchstaben	Bedeutung
D	Gussstück im Gusszustand
H	wärmebehandelt
W	Schweißeignung
Z	zusätzliche Anforderungen gemäß Bestellung

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

11.6 Nichteisen-Metallwerkstoffe

11.6.1 Allgemeine Bezeichnung nach der chemischen Zusammensetzung

1. Ggf. vorangestellter Buchstabe zur Kennzeichnung von Gusslegierungen (G allgemein, GK Kokillenguss, GD Druckguss) bzw. E für elektrisches Leitermaterial, gefolgt von einem Bindestrich
2. Grundelement als chemisches Symbol
3. bei Reinmetallen wird an das chemische Symbol der Metallgehalt (Reinheit) in % angehängt
4. bei Legierungen werden das bzw. die wesentlichen Legierungselemente als chemisches Symbol angegeben, jeweils gefolgt vom Gehalt in %. Bei geringem Gehalt kann die Zahlenangabe entfallen.
5. optional können Zusatzangaben für besondere Eigenschaften angehängt werden

11.6.2 DIN EN 573-1 für Aluminium und Aluminiumlegierungen

Aufbau:

1. EN für Europäische Norm (wird manchmal weggelassen), gefolgt von einem Leerzeichen
2. A für Aluminium
3. W (wrought) für Knetlegierungen bzw. C (cast) für Gusslegierungen, gefolgt von einem Bindestrich
4. Zählnummer, wobei die erste Ziffer die Legierungsreihe bzw. -serie nach DIN EN 573-3 bezeichnet (s. folgende Tabelle)
5. optional Angabe der Werkstoffzustands aus einem Buchstaben und bis zu zwei Ziffern nach DIN EN 515 (s. folgende Tabelle)

Legierungsreihen bzw. -serien nach DIN EN 573-3

Erste Ziffer	dominate und weitere wesentliche Legierungselemente
1	Al unlegiert
2	Cu
3	Mn und Mg
4	Si und Mg, Bi, Fe, Cu, Ni
5	Mg und Mn, Cr, Zr
6	Mg, Si und Mn, Cu, Pb
7	Zn und Mg, Cu, Zr
8	Sonstige Legierungen, z.B. mit Fe, Si, Cu usw.

Angabe des Werkstoffzustands nach DIN EN 515

Kurzzeichen	Zustand	Bedeutung der Ziffer
F	Herstellungszustand	entfällt
O1	weichgeglüht	hocherhitzt und langsam abgekühlt
O2	weichgeglüht	thermomechanisch behandelt
O3	weichgeglüht	homogenisiert
H1	kaltverfestigt	nur kaltverfestigt
H2	kaltverfestigt	zusätzlich rückgeglüht
H3	kaltverfestigt	zusätzlich stabilisiert
H4	kaltverfestigt	zusätzlich einbrennlackiert
T1	wärmebehandelt	aus Warmformtemperatur abgeschreckt und kaltausgehärtet
T2	wärmebehandelt	aus Warmformtemperatur abgeschreckt, kaltverfestigt und kaltausgehärtet
T3	wärmebehandelt	lösungsgeglüht, kaltverfestigt und kaltausgehärtet
T4	wärmebehandelt	lösungsgeglüht und kaltausgehärtet (stabiler Zustand)
T5	wärmebehandelt	aus Warmformtemperatur abgeschreckt und warmausgehärtet
T6	wärmebehandelt	lösungsgeglüht und warmausgehärtet

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Kurzzeichen	Zustand	Bedeutung der Ziffer
T7	wärmebehandelt	lösungsgeglüht und überhärtet
T8	wärmebehandelt	lösungsgeglüht, kaltverfestigt und warmausgehärtet (stabiler Zustand)
T9	wärmebehandelt	lösungsgeglüht, warmausgehärtet und kaltverfestigt (stabiler Zustand)

Bei H1 bis H4 wird noch eine zweite Ziffer angehängt, dabei bedeutet 2 viertelhart, 4 halbhart, 6 dreiviertelhart und 8 vollhart.

11.6.3 DIN EN 573-2 für Aluminium und Aluminiumlegierungen

Üblicher Aufbau:

1. EN für Europäische Norm (wird manchmal weggelassen), gefolgt von einem Leerzeichen
2. A für Aluminium
3. W (wrought) für Knetlegierungen bzw. C (cast) für Gusslegierungen, gefolgt von einem Bindestrich
4. Zählnummer, wobei die erste Ziffer die Legierungsreihe bzw. -serie nach DIN EN 573-3 bezeichnet (s. folgende Tabelle)
5. zusätzlich Angabe der chemischen Zusammensetzung gemäß Abschnitt 10.5.1 in eckigen Klammern

Alternativer Aufbau:

1. EN für Europäische Norm (wird manchmal weggelassen), gefolgt von einem Leerzeichen
2. A für Aluminium
3. W (wrought) für Knetlegierungen bzw. C (cast) für Gusslegierungen, gefolgt von einem Bindestrich
4. Angabe der chemischen Zusammensetzung gemäß Abschnitt 10.5.1 (statt der Zählnummer)

11.6.4 DIN EN 1412 für Kupfer und Kupferlegierungen

Aufbau:

1. C für Kupfer
2. Buchstabe für die Erzeugnisform oder Werkstoffart (s. folgende Tabelle)
3. Dreistellige Zählziffer, bis 799 für genormte Sorten, ab 800 für nicht genormte Sorten
4. Buchstabe für das Legierungssystem (s. folgende Tabelle)

Angabe der Erzeugnisform oder Werkstoffart

Buchstabe	Bedeutung
B	Blockform zum Umschmelzen
C	Gusswerkstoff
F	Schweißzusatz, Hartlot
M	Vorlegierung
X	nicht genormte Werkstoffe
R	raffiniertes Kupfer in Rohform
S	Schrott
W	Knetwerkstoffe

Angabe zum Legierungssystem

Buchstaben	Bedeutung
A o. B	Kupfer, unlegiert
C o. D	Kupfer, niedriglegiert, d.h. Summengehalt aller Legierungselemente $< 5\%$
E o. F	sonstige Kupferlegierungen mit Summengehalt aller Legierungselemente $\geq 5\%$
G	CuAl

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Buchstaben	Bedeutung
H	CuNi
J	CuNiZn
K	CuSn (Bronze bzw. Zinnbronze)
L o. M	CuZn Zweistofflegierung (Messing)
N o. P	CuZnPb (Messing)
R o. S	andere CuZn Mehrstofflegierungen (Sondermessing)

12 Klassische Materievorstellung, Thermodynamik

$\boldsymbol{m}$	Masse	$[m] = \mathrm{kg}$	$\boldsymbol{V}$	Volumen	$[V] = \mathrm{m}^3$	$\boldsymbol{\varrho}$ Dichte $\varrho = \frac{m}{V}$	$[\varrho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$
N	Teilchenzahl	$[N] = 1$	$\boldsymbol{n}$	Stoffmenge	$[n] = \mathrm{mol}$	$\boldsymbol{M}$ Molmasse $M = \frac{m}{n}$	$[M] = \mathrm{kg\,mol^{-1}}$
$\boldsymbol{\vartheta}$	Temperatur (allgemein)		$\boldsymbol{Q}$	Wärmemenge	$[Q] = \mathrm{J}$	$\boldsymbol{T}$ Thermodyn. Temp.	$[T] = \mathrm{K}$

12.1 Allgemeines, Strömungsmechanik

Relative Atom- bzw. Molekülmasse	$A_\gamma = \frac{m_{\text{Atom \| Molekül}}}{\frac{1}{12} \cdot m\left({}^{12}_{6}C\right)} = \frac{m_{\text{Atom \| Molekül}}}{1\,\mathrm{u}}$	
Druck $\boldsymbol{p}$	$p = \frac{F}{A}$	$[p] = \mathrm{Pa} = \mathrm{N\,m^{-2}} = \mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-2}}$
Hydrostatischer Druck $\boldsymbol{p_s}$	$p_\mathrm{s} = \frac{F_\mathrm{g}}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \varrho \cdot g \cdot h$	$[p_\mathrm{s}] = \mathrm{Pa}$
Auftrieb $\boldsymbol{\vec{F}_\mathrm{A}}$	$\vec{F}_\mathrm{A} = \varrho \cdot V \cdot \vec{g}$	ϱ =Dichte der Flüssigkeit $[\vec{F}_\mathrm{A}] = \mathrm{N}$
Gesetz von Bernoulli	$p_\mathrm{ges} = (p+)p_\mathrm{stat} + p_\mathrm{dyn} = \varrho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{const.}$	
Volumenströme	$\dot{V} = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \vec{A} \times \vec{v}$	$[\dot{V}] = \mathrm{m^3\,s^{-1}}$
Masseströme	$\dot{m} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \left(\vec{A} \times \vec{v}\right) \cdot \varrho$	$[\dot{m}] = \mathrm{kg\,s^{-1}}$
Kontinuitätsgleichung	$A_1 \cdot \lvert\vec{v}_1\rvert = A_2 \cdot \lvert\vec{v}_2\rvert$	$[A \cdot \vec{v}] = \mathrm{m^3\,s^{-1}}$
Torricelli-Geschwindigkeit	$\lvert\vec{v}\rvert = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$	$[\vec{v}] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Viskosität	$\eta = \frac{F \cdot s}{A \cdot c}$	$[\eta] = \mathrm{Pa\,s}$
Strömungswiderstand	$Rs = \frac{\Delta\varrho}{\dot{v}}$	$[Rs] = \mathrm{kg\,m^{-2}\,s^{-2}}$
Reynolds-Zahl	$Re = \frac{\varrho \cdot v \cdot r}{\eta}$	$[Re] = 1$

12.2 Wärmelehre

Umrechnungen zwischen den verschiedenen Temperaturskalen	$T = \vartheta_{\circ\mathrm{C}} + 273{,}15$ $\vartheta_{\circ\mathrm{C}} = \left(\vartheta_{\circ\mathrm{F}} - 32\right) \cdot \frac{5}{9}$	K; °C °C; °F
Thermische Längenausdehnung fester Körper	$\Delta\ell = \beta \cdot \ell_0 \cdot \Delta\vartheta$	$[\Delta\ell] = \mathrm{m}$
Linearer Ausdehnungskoeffizient $\boldsymbol{\beta}$	$\beta = \frac{\Delta\ell}{\ell_0 \cdot \Delta\vartheta}$	$[\beta] = \mathrm{K^{-1}}$
Volumenausdehnungskoeffizient fester Körper $\boldsymbol{\alpha}$	$\alpha \approx 3 \cdot \beta$	$[\alpha] = \mathrm{K^{-1}}$
Thermische Volumenausdehnung von Flüssigkeiten	$\Delta V = \gamma \cdot \Delta\vartheta \cdot V_0$	$[\Delta V] = \mathrm{m^3}$
Wärmekapazität $\boldsymbol{C}$	$C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}$	$[C] = \mathrm{J\,K^{-1}}$
spezifische Wärmekapazität $\boldsymbol{c}$	$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T}$	$[c] = \mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$
Grundgleichung der Wärmelehre beim vollständigem nicht-adiabaten Wärmeaustausch: $Q_\text{abgegeben} = Q_\text{aufgenommen}$	$c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_\mathrm{M}) = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_\mathrm{M} - \vartheta_2)$	$[c] = \mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$
Sich einstellende Mischtemperatur:	$T_M = \frac{c_1 \cdot \varrho_1 \cdot V_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot \varrho_2 \cdot V_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot \varrho_1 \cdot V_1 + c_2 \cdot \varrho_2 \cdot V_2}$	$[T_M] = \mathrm{K}$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

12.3 Zustandsgleichungen

Isotherme Kompressibilität $\boldsymbol{k_\mathrm{T}}$	$k_\mathrm{T} = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$	$[k_\mathrm{T}] = \mathrm{Pa}^{-1} = \mathrm{m}^2\,\mathrm{N}^{-1}$
Allgemeine Zustandsgleichung für Festkörper	$\frac{\mathrm{d}V}{V} = \alpha \cdot \mathrm{d}T - k_\mathrm{T} \cdot \mathrm{d}p$	
Zustandsänderungen idealer Gase	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	
Thermische Zustandsgleichung idealer Gase	$p \cdot V = n \cdot R_\mathrm{m} \cdot T = \frac{m}{M} \cdot R_\mathrm{m} \cdot T = N \cdot k_\mathrm{B} \cdot T$	
Gesetz von Gay-Lussac ($\boldsymbol{N, p = \mathrm{const.}}$)	$V(\vartheta) = V_0 \cdot \left(1 + \frac{(\vartheta - \vartheta_0)}{T_0}\right) \qquad \frac{1}{T_0} = \gamma_0 \approx \frac{1}{273{,}15}\,\mathrm{K}^{-1}$	
Gesetz von Boyle-Mariotte ($\boldsymbol{N, T = \mathrm{const.}}$)	$p \cdot V = \mathrm{const} = p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	
Gesetz von Amontons ($\boldsymbol{N, V = \mathrm{const.}}$)	$p(\vartheta) = p(\vartheta_0) \cdot \left(1 + \frac{\Delta\vartheta}{T_0}\right)$	
Grundgleichung der kinetischen Gastheorie	$p \cdot V = \frac{2}{3} \cdot N \cdot \overline{E}_\mathrm{kin} = \frac{2}{3} \cdot N \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \overline{v}^2$	

12.4 Thermodynamische Grundlagen

Innere Energie	$\Delta U + c \cdot m \cdot \Delta T$	
1. Hauptsatz der Thermodynamik	$\Delta Q + \Delta W = \Delta U$	
Enthalpie	$H = U + p \cdot V$	$[H] = \mathrm{J}$
Freie Energie	$F = U - T \cdot S$	$[F] = \mathrm{J}$
Freie Enthalpie	$G = H - T \cdot S$	$[G] = \mathrm{J}$
Entropie	Für reversible Prozesse: $\mathrm{d}S = \frac{\delta Q_\mathrm{rev}}{T} \Rightarrow S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_\mathrm{rev}}{T}$ Allgemein: $\mathrm{d}S = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta W_\mathrm{diss}}{T}$	$[S] = \mathrm{J\,K}^{-1}$
Arbeit bei isothermer Volumenänderung	$\Delta W_{rev} = \int_1^2 \mathrm{d}W = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\Delta Q_{rev}$	$[\Delta W_{rev}] = \mathrm{J}$
Boltzmann-Planck-Beziehung	$S = k_\mathrm{B} \cdot \ln(\Omega)$	Ω =Anzahl möglicher Mikrozustände =Kanonische Zustandssumme $[S] = \mathrm{J\,K}^{-1}$
Hebelgesetz für die Massenanteile zweier nicht mischbarer Phasen einer Zwei-Stoff-Mischung	$m_1 = M \cdot \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \qquad m_2 = M \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	
Diffusionskoeffizient in Feststoffen	$D = D_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{H_\mathrm{A}}{R \cdot T}}$	$[D] = \mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-1}$
1. Fick'sches Gesetz	$\frac{1}{A} \cdot \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -D \cdot \nabla c$	
2. Fick'sches Gesetz	$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial t^2}$	
Mittlere Eindringtiefe einer Randschichthärtung	$\Delta x = \sqrt{D \cdot t}$	$[\Delta x] = \mathrm{m}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

13 Schwingende Systeme (ein Freiheitsgrad)

13.1 Allgemeines

Schwingungs-Differentialgleichung	$m \cdot \ddot{x} + d \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$ $J \cdot \ddot{\varphi} + d \cdot \ddot{\varphi} + k \cdot \varphi = 0$ $\ddot{x} + 2 \cdot \delta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$	Federpendel Drehschwingung Allgemeine Form

m Masse, d Dämpfungskonstante, k Federkonstante, J Trägheitsmoment, φ Auslenkung, δ Abklingkonstante, ω_0 ungedämpfte Eigenkreisfrequenz

Frequenz $\boldsymbol{f}$ (oder $\boldsymbol{\nu}$ („ny“))	$[f] = [\nu] = \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{Hz}$	
Kreisfrequenz $\boldsymbol{\omega}$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$	$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$
Dämpfungskonstante $\boldsymbol{d}$	$[d] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m\,s^{-1}}} = \dfrac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ $[d] = \mathrm{N\,m\,s}$	Translationsbewegung Rotationsbewegung
Abklingkonstante $\boldsymbol{\delta}$	$\delta = \dfrac{d}{2 \cdot m}$	$[\delta] = \mathrm{s}^{-1}$
Zeitkonstante $\boldsymbol{\tau}$	$\tau = \dfrac{1}{\delta} = \dfrac{2 \cdot m}{d}$	$[\tau] = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg\,s^{-1}}} = \mathrm{s}$
Dämpfungsgrad $\boldsymbol{D}$	$D = \dfrac{1}{\omega_0 \cdot \tau} = \dfrac{d}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}}$ $< 1:$ Schwingfall $= 1:$ Aperiodischer Grenzfall $> 1:$ Kriechfall	$[D] = 1$
Güte, Gütefaktor $\boldsymbol{Q}$	$Q = \dfrac{1}{2 \cdot D} = \dfrac{\sqrt{m \cdot k}}{d}$	$[Q] = 1$
Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Schwingung $\boldsymbol{\omega_0}$	$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$	$[\omega_0] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$
Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung $\boldsymbol{\omega'}$	$\omega' = 2 \cdot \pi \cdot f' = \sqrt{{\omega_0}^2 - \dfrac{1}{\tau^2}} = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \left(\dfrac{d}{2 \cdot m}\right)^2}$ $= \sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2}$	$[\omega'] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$
Aperiodischer Grenzfall	$\delta = 2 \cdot m \cdot \omega_0 = 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$	
Ungedämpfte Schwingung eines Federpendels (eindimensionale Beschreibung)	$M \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$ $x(t) = x(0) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \dfrac{x'(0)}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$ mit $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$ $E = \dfrac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$	$[x] = \mathrm{m}$ $[E] = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$
Ungedämpfte Schwingung eines mathematischen Pendels (Näherung für kleine Auslenkungen $\varphi_{\max}$)	$\ell \cdot \ddot{\varphi} + g \cdot \sin(\varphi) = 0$ $\varphi(t) \approx \varphi(0) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \dfrac{\varphi_0'}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$ mit $\omega_0^2 = \dfrac{g}{\ell}$ $E \approx \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot \ell \cdot \varphi_{\max}^2$	$[\varphi] = \mathrm{rad}$ $[E] = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J}$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

13.2 Erzwungene Schwingungen am allgemeinen dynamischen System (harmonische Anregung)

$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_0^2 \cdot \Omega^2\right)^2 + (2 \cdot \delta \cdot \omega_0 \cdot \Omega)^2}} \cdot \cos\left(\omega_0 \cdot \Omega \cdot t - \arctan\left(\frac{2 \cdot \delta \cdot \omega_0 \cdot \Omega}{\omega_0^2 - \omega_0^2 \cdot \Omega^2}\right)\right) \qquad \text{Amplitude } \boldsymbol{A}$$

Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Eigenschwingung $\boldsymbol{\omega_0}$		$[\omega_0] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$
Dämpfung $\boldsymbol{\delta}$		$[\delta] = \mathrm{s^{-1}}$
Relative Frequenz der Anregerschwingung $\boldsymbol{\Omega}$	$\Omega = \frac{\omega_{\text{Anregung}}}{\omega_0} = \frac{f_{\text{Anregung}}}{f_0}$	$[\Omega] = 1$
Resonanzüberhöhung	$\frac{A_{\text{Resonanz}}}{A_0} \approx Q$	für $Q \gg 1$
Halbwertsbreite	$\frac{\Delta\omega_{0,5}}{\omega_0} \approx Q$	für $Q \gg 1$

13.3 Schwebungsgleichungen des gekoppelten Zweipunkt-Systems

Vereinfachte Betrachtung: $(m_1 = m_2 = m)$; $k_1 = k_2 = k$; $y_1(0) = y_0$; $y_2(0) = 0$

$$y_1 = y_0 \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

$$y_2 = y_0 \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

mit $\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ und $\omega_2 = \sqrt{\frac{k + 2 \cdot k_{12}}{m}}$

14 Wellen

14.1 Allgemeine Betrachtungen

Allgemeine homogene Wellengleichung	$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - c^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} = 0$	
Allgemeine inhomogene Wellengleichung	$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} = v\,(t;\, \vec{x})$	
Lösung der Wellengleichung	$f := f\,(t;\, x_1;\, x_2;\, \ldots\, x_n) = f\,(t;\, \vec{x})$	
Spezialfall: Eindimensionale homogene Wellengleichung	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$	
Lösung dieses Spezialfalls (für harmonische Wellen):	$y(x;\, t) = y_0 \cdot \left(\sin\left(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{x}\right) + \sin\left(\omega \cdot t + \vec{k} \cdot \vec{x}\right)\right)$	
Wellenvektor $\vec{\boldsymbol{k}}$	Einheit der Komponenten von $\vec{k}$:	$[k_i] = \mathrm{m^{-1}}$
Kreiswellenzahl $\lvert\vec{\boldsymbol{k}}\rvert$	$\lvert\vec{k}\rvert = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$	$[\lvert\vec{k}\rvert] = 1$
Kreisfrequenz $\boldsymbol{\omega}$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = c \cdot \lvert\vec{k}\rvert$	$[\omega] = \mathrm{rad\,s^{-1}}$
Schwingungsdauer $\boldsymbol{T}$	$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$	$[T] = \mathrm{s}$
Wellenlänge $\boldsymbol{\lambda}$	$\lambda = \frac{c}{\nu}$	$[\lambda] = \mathrm{m}$
Phasengeschwindigkeit $\boldsymbol{c}$	$c = \frac{\omega}{\lvert\vec{k}\rvert} = \lambda \cdot \nu = \frac{\lambda}{T}$	$[c] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Reflexion an einer „harten Wand“	$\Psi = \underbrace{A \cdot \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega \cdot t\right)}_{\text{einfallende Welle}} - \underbrace{A \cdot \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} + \omega \cdot t\right)}_{\text{reflektierte Welle}}$	

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Wellen an einer Saite / Seilwelle: Phasengeschwindigkeit $\boldsymbol{c}$	$c = \sqrt{\dfrac{P}{\varrho \cdot q}}$	$[c] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
... und erlaubte Frequenzen $\boldsymbol{\nu_n}$	$\nu_n = \dfrac{n}{2 \cdot \ell} \cdot \sqrt{\dfrac{P}{\varrho \cdot q}}$ $\quad n = 1, 2, \ldots;\ n = 1$: Grundwelle	$[\nu_n] = \mathrm{s^{-1}} = \mathrm{Hz}$
Länge des Mediums $\boldsymbol{\ell}$		$[\ell] = \mathrm{m}$
Spannkraft des Mediums $\boldsymbol{P}$		$[P] = \mathrm{N}$
Materialdichte des Mediums $\boldsymbol{\varrho}$	$\varrho = \dfrac{m}{V}$	$[\varrho] = \mathrm{kg\,m^{-3}}$
Querschnitt des Mediums $\boldsymbol{q}$		$[q] = \mathrm{m^2}$
Energiedichte $\boldsymbol{\varrho_\mathrm{E}}$	$\varrho_\mathrm{E} = \dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V} = \dfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot A^2$	$[\varrho_\mathrm{E}] = \mathrm{J\,m^{-2}}$
Intensität $\boldsymbol{I}$	$I = \dfrac{1}{q} \cdot \dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \varrho_\mathrm{E} \cdot c$ $\quad [I] = \mathrm{J\,m^{-2}\,s^{-1}} = \mathrm{W\,m^{-2}}$	

14.2 Schallwellen

Ausbreitungsgeschwindigkeit in Luft	$c_{\vartheta=-20\,^\circ\mathrm{C}} = 319{,}09$ $c_{\vartheta=-10\,^\circ\mathrm{C}} = 325{,}25$ $c_{\vartheta=0\,^\circ\mathrm{C}} = 331{,}50$ $c_{\vartheta=10\,^\circ\mathrm{C}} = 337{,}54$ $c_{\vartheta=20\,^\circ\mathrm{C}} = 343{,}46$ $c_{\vartheta=30\,^\circ\mathrm{C}} = 349{,}29$	$[c_{\vartheta\ldots}] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Hörschwelle $\boldsymbol{I_0}$	Bezugsschalldruck $p_0 = 20\,\mu\mathrm{Pa} = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$ @ 1 kHz Bezugsschallintensität $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$ @ 1 kHz$\hat{=}$0 dB	
Schmerzgrenze $\boldsymbol{I_\mathrm{max}}$	$I_\mathrm{max} = 120\,\mathrm{dB}$ @ 1 kHz	
Schallintensitätspegel $\boldsymbol{L_\mathrm{I}}$	$L_\mathrm{I} = 10 \cdot \log_{10}\left(\dfrac{I}{I_0}\right)\,\mathrm{dB}$	$[L_\mathrm{I}] = \mathrm{dB}$
Doppler-Effekt: Sender und Empfänger bewegen sich aufeinander zu	$\nu_\mathrm{B} = \nu_\mathrm{Q} \cdot \dfrac{c + v_\mathrm{B}}{c - v_\mathrm{Q}}$ $\quad \nu_\ldots$ = griech. „Ny“	$[\nu_\ldots] = \mathrm{Hz}$
Doppler-Effekt: Sender und Empfänger bewegen sich voneinander weg	$\nu_\mathrm{B} = \nu_\mathrm{Q} \cdot \dfrac{c - v_\mathrm{B}}{c + v_\mathrm{Q}}$ $\quad \nu_\ldots$ = griech. „Ny“	$[\nu_\ldots] = \mathrm{Hz}$
Ausbreitungsgeschwindigkeit $\boldsymbol{c}$ des Schalls im Medium	c	$[c] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Relativgeschwindigkeit: Beobachter zum Medium — Quelle zum Medium	v_B | v_Q	$[v_\ldots] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Frequenz der vom Beobachter wahrgenommenen Schallwelle	ν_B	$[\nu_\mathrm{B}] = \mathrm{s^{-1}} = \mathrm{Hz}$
Frequenz der von der Quelle emittierten Schallwelle	ν_Q	$[\nu_\mathrm{Q}] = \mathrm{s^{-1}} = \mathrm{Hz}$

14.3 Musikalische Grundlagen

Standard-Kammerton $\mathbf{a' = a^1 = A4}$	$a^1 = 440\,\mathrm{Hz}$
Frequenzverhältnis Oktave	2 : 1
Frequenzverhältnis Quinte (reine Stimmung)	3 : 2
Frequenzverhältnis aufeinanderfolgender Halbtöne (gleichstufige Stimmung)	$\sqrt[12]{2} \approx 1{,}059\,463\,094\,359\ldots$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

15 Optik

15.1 Wellenoptik

Lichtgeschwindigkeit in Materie	$c_\mathrm{m} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot \mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r}}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{r} \cdot \mu_\mathrm{r}}} = \frac{c_0}{n}$	$[c] = \mathrm{m\,s^{-1}}$
Reflexionsgesetz	$\alpha = \alpha'$	
Brechungsgesetz: Ausbreitungsgeschwindigkeit	$c_\mathrm{m} = c_0 \cdot \frac{1}{n}$; $n = \sqrt{\varepsilon_\mathrm{r} \cdot \mu_\mathrm{r}}$ n Brechungsindex	$[n] = 1$
Brechungsgesetz von Snellius	$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$	
Totalreflexion	$\sin(\alpha_\mathrm{T}) = \frac{n_2}{n_1}$	
Konstruktive Interferenz	$r_1 - r_2 = n \cdot \lambda$	
Destruktive Interferenz	$r_1 - r_2 = (n + 0{,}5) \cdot \lambda$	
Beugungs-Maxima	$\sin(\alpha_n) = n \cdot \frac{\lambda}{d}$ d Spalt-/Gitterabstand; $n = 0, 1, 2, \ldots$	
Spalt-Beugungsfunktion	$s \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$ s Spaltbreite	

15.2 Strahlenoptik

Linsenmacher-Formel (Brechkraft)	$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ n Brechungsindex Linsenmaterial relativ zum Brechungsindex des umgebenden Mediums; R_1, R_2 Linsen-Radien	$\mathrm{dpt} = \mathrm{m}^{-1}$
Abbildungsgleichung	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ a Gegenstandsweite b Bildweite	
Sehwinkel	$\frac{\text{Abmessung des Objektes bzw. Bildes}}{\text{Entfernung des Objektes bzw. Bildes}}$	
Vergrößerungsfaktor Γ	$\Gamma = \frac{\text{Sehwinkel mit optischem Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne optisches Instrument}}$	
Bezugsweite für den Sehwinkel ohne Instrument	$s_0 = 0{,}25\,\mathrm{m}$	

16 Quantenphysik

16.1 Schrödingergleichung

Schrödingergleichung für ein Teilchen im Potential $V(\vec{r}, t)$	$\mathrm{i} \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2 \cdot m} \cdot \Delta\psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \cdot \psi(\vec{r}, t)$	
Hamilton-Operator	$\hat{\mathrm{H}} := \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2 \cdot m} + \hat{V}(\vec{r}, t)$ mit $\hat{\vec{p}} = -\mathrm{i} \cdot \hbar \cdot \vec{\nabla}$	
Potenzial-Operator	$\hat{\mathrm{V}}(\vec{r}, t) := V(\vec{r}, t)$	

16.2 Materiewellen

(Lösung der Schrödingergleichung für den homogenen Fall $V(\vec{r}, t) = 0$)

De-Broglie-Wellen	$\psi(\vec{r}, t) = A \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot (E \cdot t - \vec{p} \cdot \vec{r})}$	
De-Broglie-Gleichung Teilchen allgemein	$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$ $\nu = \frac{E}{h}$	
De-Broglie-Wellenlänge für Elektronen	$\lambda_\mathrm{e} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_\mathrm{e} \cdot e \cdot U_\mathrm{B}}}$	U_B Beschleunigungsspannung
Compton-Verschiebung der Wellenlänge	$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot \big(1 - \cos(\vartheta)\big)$ m Masse des Teilchens	
Compton-Wellenlänge $\lambda_\mathrm{cE}, \lambda_\mathrm{cP}, \lambda_\mathrm{cN}$	λ_c = Zunahme der Wellenlänge für $\vartheta = 90°$	

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

16.3 Stehende Materiewellen

(Eigenfunktionen der Schrödingergleichung für zeitunabhängige Potenziale $V(\vec{r})$)

Energiegleichung	$\psi(\vec{r},t) = \varphi(\vec{r}) \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\cdot\omega\cdot t} \Rightarrow$ $\mathrm{i}\cdot\hbar\cdot\dfrac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hbar\cdot\omega\cdot\varphi(\vec{r})\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\cdot\omega\cdot t} = E\cdot\varphi(\vec{r})$ $\quad [E] = \mathrm{J}$ mit $E = \hbar\cdot\omega = h\cdot\nu$

Eindimensionaler Fall: Linearer Potenzialtopf (Teilchen im Kasten der Länge ℓ) $\Rightarrow$ $\vec{r} \to x$:

Ansatz	$\varphi(x) = A\cdot\sin(k\cdot x) + B\cdot\cos(k\cdot x)$
Randbedingungen	$\varphi(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \quad \varphi(\ell) = 0 \Rightarrow A\cdot\sin(k\cdot\ell) = 0 \Rightarrow k_n = n\cdot\dfrac{\pi}{\ell}$
Erlaubte Energiezustände	$E_n = \dfrac{\hbar^2}{2\cdot m}\cdot\left(n\cdot\dfrac{\pi}{\ell}\right)^2 = n^2\cdot E_{(n=1)}; \quad n = 1,2,3,\ldots$

16.4 Elektronen im Feld eines Atomkernes, Orbitale

16.4.1 Potential

$$V = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

16.4.2 Eigenfunktionen (Orbitale)

$$\psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = R_{nl}Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$

mit

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2Z}{na_0}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]}}\,e^{-\rho/2}\rho^l L^{2l+1}_{n-l-1}(\rho)$$

$\rho = \dfrac{2Zr}{na_0}$ $\quad$ $\left(\text{darin ist } a_0 = \dfrac{4\pi\epsilon_0 h^2}{m_e e^2} \text{ der } \textbf{Bohrsche Radius} \text{ des H-Atoms}\right)$

$L^{2l+1}_{n=l=1}(\rho)$ $\quad$ sind die zugeordneten **Laguerre-Polynome**

$Y_{lm}(\vartheta,\phi)$ sind die **Kugelflächenfunktionen**

16.4.3 Erlaubte Energiezustände

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2}\cdot\frac{Z^2}{n^2} = -R_\infty\cdot\frac{Z^2}{n^2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{Z^2}{2a_0\cdot n^2}$$ (darin ist R_∞ die **Rydberg-Konstante**)

16.4.4 Elektronenkonfiguration

Quantenzahl	Zeichen	Wertebereich	Bezeichnung	Beispiel
Hauptquantenzahl	n	1, 2, 3,...	K, L, M,...	3
Nebenquantenzahl	l	0, ..., n-1	s, p, d, f, ...	0, 1, 2
magnetische Drehimpulsquantenzahl	m_l	-l, ..., +l	s / $p_{x,y,z}$ / d_{yz,xz,xy,z^2,x^2,y^2} / ...	$-2,-1,0,1,2$
magnetische Spinquantenzahl	m_s	-1/2, +1/2	↑, ↓	-1/2, +1/2

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

16.5 Quantenoptik

Energie eines Lichtquants (Photons)	$E = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega = \dfrac{h \cdot c}{\lambda}$ ν = griech. „ny“	$[E] = \mathrm{J}$
Impuls eines Photons	$\lvert\vec{p}_\varphi\rvert = \dfrac{h \cdot \nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda} = \hbar \cdot k$ mit $k = \dfrac{2 \cdot \pi}{\lambda}$ $\vec{p}_\varphi = \hbar \cdot \vec{k}$	
Äußerer photoelektrischer Effekt $h \cdot \nu = E_{\mathrm{kin}} + e \cdot \Phi$ mit $E_{\mathrm{kin}} = \dfrac{m_{\mathrm{e}} \cdot v^2}{2}$		
Austrittsarbeit	$W_{\mathrm{a}} = e \cdot \Phi$	$[W_{\mathrm{a}}]$=J oder eV
Gegenfeld-Methode: Bremsspannung U_{B}	$U_{\mathrm{B}} = \dfrac{h}{e} \cdot \nu - \Phi$	$[U_{\mathrm{B}}] = \mathrm{V}$

16.6 Ergänzungen

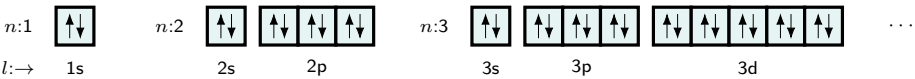
Heisenberg'sche Unschärferelation	$\Delta\vec{r} \cdot \Delta\vec{p} \sim h$ $\sigma_{\vec{r}} \cdot \sigma_{\vec{p}} \geq \dfrac{\hbar}{2}$ $\Delta t \cdot \Delta E \geq \dfrac{\hbar}{2}$	(Ort, Impuls, (red.) Planck'sches Wirkungsquantum Zeit-Energie-Unschärfe)

16.7 Bohrsches Atommodell (Wasserstoff)

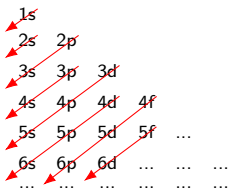
2. Postulat	$\nu = \dfrac{E_0 - E_1}{h}$	Frequenz emittiertes Photon
3. Postulat	$m \cdot v \cdot r = n \cdot \hbar$	Drehimpuls Umlaufbahn
Bahn-Radien	$r_n = a_0 \cdot n^2 \qquad [r_n] = \mathrm{m}$	a_0 Bohrscher Radius n Hauptquantenzahl
Energie-Niveaus	$E_n = -\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{m_e \cdot e^4}{\hbar^2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0)^2} \cdot \dfrac{1}{n^2}$	$[E_n] = \mathrm{eV}$
Linien-Serien	$\nu = R_\infty \cdot \left(\dfrac{1}{m^2} - \dfrac{1}{n^2}\right) \qquad (n > m)$	m=1 Lyman; m=2 Balmer; m=3 Paschen; m=4 Brackett; m=5 Pfund; m=6 Humphreys.

Schalenmodell der Elektronenhülle:

- *Pauli-Prinzip:* n, l, m, s jeweils paarweise ungleich
- *Hundsche Regel:* Maximale Anzahl ungepaarter Elektronen
- *Valenzelektronen:* Elektronen auf äußerster Schale
- *Edelgaszustand:* $\mathrm{s}^2\mathrm{p}^6$



1. Periode:	1s			
2. Periode:	2s	2p		
3. Periode:	3s	3p		
4. Periode:	4s	3d	4p	
5. Periode:	5s	4d	5p	
6. Periode:	6s	4f	5d	6p
7. Periode:	7s	5f	6d	...



© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

17 Elektrotechnik

17.1 Schaltzeichen

Widerstand

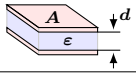
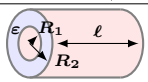
Induktivität (Spule)

Kapazität (Kondensator)

Spannungsquelle

Stromquelle

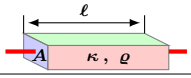
17.2 Elektrostatik

Erhaltungssatz der Ladung	$\left\lvert\sum Q^-\right\rvert + \left\lvert\sum Q^+\right\rvert = \text{const.}$	
Coulomb'sches Gesetz	$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{\lvert\vec{r}_{12}\rvert^2}\cdot\vec{e}_{r12} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{\lvert\vec{r}_{12}\rvert^3}\cdot\vec{r}_{12}$	
Elektrisches Feld $\vec{E}$ einer punktförmigen Ladung Q (Probeladung Q')	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_\mathrm{p}(\vec{r})}{Q'} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{\lvert\vec{r}\rvert^3}\cdot\vec{r}$	
Elektrisches Potenzial φ	$\vec{E}(\vec{r}) = -\operatorname{grad}\Big(\varphi(\vec{r})\Big)$ $\varphi(\vec{r}) = \frac{E_\mathrm{pot}(\vec{r})}{Q'} = \frac{Q}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\lvert\vec{r}\rvert}$	$[\varphi] = \mathrm{V} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-1}\,s^{-3}}$
Elektrische Spannung U	$U_{1,2} = \varphi_2 - \varphi_1 = \int\limits_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$	$[U] = \mathrm{V} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-1}\,s^{-3}}$
Arbeit im elektrischen Feld W_el	$W_{2\to1} = -\int\limits_{P_2}^{P_1}\vec{F}_{12}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = -Q'\cdot\int\limits_{P_2}^{P_1}\vec{E}(\vec{r})\cdot\mathrm{d}\vec{r} =$ $Q'\cdot\Big(\varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2)\Big) = Q'\cdot U_{12}$	$[W_\mathrm{el}] = \mathrm{J}$
Potenzielle Energie im elektrischen Feld	$W_\mathrm{pot}(\vec{r}) = \frac{Q\cdot Q'}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\lvert\vec{r}\rvert}$	$[W_\mathrm{pot}] = \mathrm{J} = \mathrm{N\,m}$
Flächenladungsdichte einer Kugel	$\sigma = \frac{Q}{4\cdot\pi\cdot R^2}$	$[\sigma] = \mathrm{C\,m^{-2}}$
Feld im Plattenkondensator	$E = \frac{Q}{\varepsilon\cdot A};\ \vec{E} = \frac{U}{\lvert\vec{d}\rvert^2}\cdot\vec{d}$	$[E] = \mathrm{V\,m^{-1}}$
Spannung am Plattenkondensator	$U = E\cdot d = \frac{Q\cdot d}{\varepsilon\cdot A}$	$[U] = \mathrm{V}$
Kapazität C	$C = \frac{Q}{U}$	$[C] = \mathrm{F}$
Kapazität Plattenkondensator	$C \approx \varepsilon\cdot\frac{A}{d}$ 	$[C] = \mathrm{F}$
Kapazität Zylinderkondensator	$C \approx 2\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot\frac{\ell}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ 	$[C] = \mathrm{F}$
Serienschaltung von Kondensatoren (kapazitiver Spannungsteiler)	$\frac{1}{C_\mathrm{ges}} = \sum\limits_i\frac{1}{C_i}$; bei 2 Kondensatoren: $C_\mathrm{ges} = \frac{C_1\cdot C_2}{C_1 + C_2}$	
Parallelschaltung von Kondensatoren (Ladungsteiler)	$C_\mathrm{ges} = \sum\limits_i C_i$	
Verschiebungsdichte $\vec{D}$ (elektrische Flussdichte)	$\vec{D} = \sigma\cdot\vec{d} = \varepsilon\cdot\vec{E} = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_\mathrm{r}\cdot\vec{E}$	$[\vec{D}] = \mathrm{C\,m^{-2}}$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

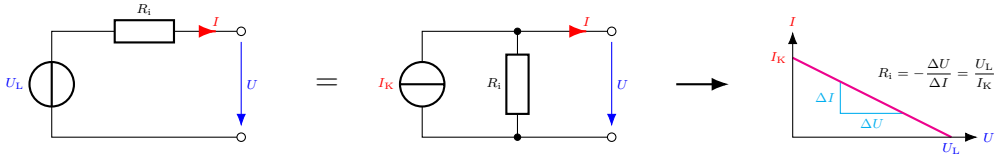
Energie im elektrischen Feld $\boldsymbol{W_{\mathrm{el}}}$	$W_{\mathrm{el}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \lvert\vec{E}\rvert^2 \cdot V$	$[W_{\mathrm{el}}] = \mathrm{J}$
Energiedichte im elektrischen Feld $\boldsymbol{\varrho_{\mathrm{el}}}$	$\rho_{\mathrm{el}} = \frac{W_{\mathrm{el}}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \lvert\vec{E}\rvert^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\vec{D} \cdot \vec{E}\right)$	$[\rho_{\mathrm{el}}] = \mathrm{J\,m^{-3}} = \mathrm{N\,m^{-2}}$

17.3 Elektrisches Strömungsfeld

Elektrische Stromstärke $\boldsymbol{I}$	$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$	$[I] = \mathrm{A}$
Kontinuitätsgleichung	$I_{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{d}Q_{\mathrm{V}}}{\mathrm{d}t} = I_{\mathrm{ab}} - I_{\mathrm{zu}} = 0$	
Raumladungsdichte $\boldsymbol{\rho}$	$\rho(\vec{r}) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V} = n \cdot e$	$[\rho] = \mathrm{C\,m^{-3}}$
Elektrisches Strömungsfeld, Stromdichte $\boldsymbol{\vec{J}}$	$\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A} = \rho \cdot \vec{v} = n \cdot e \cdot \vec{v}$	$[\vec{J}] = \mathrm{A\,m^{-2}}$
Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und Strömungsfeld (vektoriell)	$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varrho} \cdot \vec{E}$	Konduktivität κ: $[\kappa] = \mathrm{S\,m^{-1}} = \Omega^{-1}\,\mathrm{m^{-1}}$ Spezifischer Widerstand ϱ: $[\varrho] = \Omega\,\mathrm{m}$ $[\varrho]$ in Tabellen: $[\varrho] = \Omega\,\mathrm{mm^2\,m^{-1}}$
Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und Strömungsfeld (skalar)	$\iint_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = G \cdot \int_s \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \Rightarrow I = G \cdot U = \frac{U}{R}$	
Ohm'sches Gesetz (Elektrischer Widerstand) $\boldsymbol{R}$)	$R = \frac{U}{I} = \mathrm{const.}$	$[R] = \mathrm{V\,A^{-1}} = \Omega$
Elektrischer Leitwert $\boldsymbol{G}$	$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$	$[G] = \mathrm{S} = \Omega^{-1} = \mathrm{V^{-1}\,A}$
Widerstand (Bauteil) (Widerstandsbemessungsgleichung)	$R = \frac{\ell}{\kappa \cdot A} = \frac{\varrho \cdot \ell}{A}$ 	$[R] = \Omega$
Temperaturabhängigkeit des Widerstands	$R_\vartheta \approx R_{20} \cdot \left(1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta + \beta_{20} \cdot (\Delta\vartheta)^2\right)$	
Serienschaltung von Widerständen (Spannungsteiler)	$R_{\mathrm{ges}} = \sum_i R_i \qquad \frac{1}{G_{\mathrm{ges}}} = \sum_i \frac{1}{G_i}$ Bei 2 Widerst.: $G_{\mathrm{ges}} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$ $\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$	
Parallelschaltung von Widerständen (Stromteiler)	$\frac{1}{R_{\mathrm{ges}}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \qquad G_{\mathrm{ges}} = \sum_i G_i$ Bei 2 Widerst.: $R_{\mathrm{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$	
Arbeit im Strömungsfeld $\boldsymbol{W_{\mathrm{el}}}$	$W_{\mathrm{el}} = U \cdot Q$	$[W_{\mathrm{el}}] = \mathrm{J} = \mathrm{V\,C}$
Leistung im Strömungsfeld $\boldsymbol{P_{\mathrm{el}}}$	$P_{\mathrm{el}} = \frac{\mathrm{d}W_{\mathrm{el}}}{\mathrm{d}t} = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$	$P_{\mathrm{el}} = \mathrm{W} = \mathrm{V\,A}$

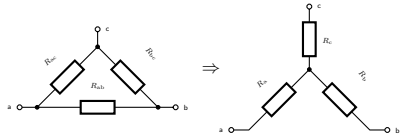
17.4 Elektrische Netzwerkanalyse

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher



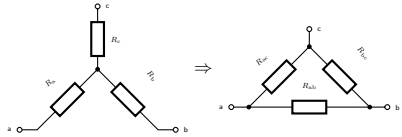
1. Kirchhoff'sches Gesetz (Knotenregel)	Kontinuitätsgleichung $\rightarrow \sum I = 0$	$[I] = \mathrm{A}$
2. Kirchhoff'sches Gesetz (Maschenregel)	$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \rightarrow \sum U = 0$	$[U] = \mathrm{V}$
Reale Spannungsquelle (Thévenin-Theorem)	$I_\mathrm{K} = \frac{U_\mathrm{L}}{R_\mathrm{i}}$	$[I_\mathrm{K}] = \mathrm{A}$
Reale Stromquelle (Norton-Theorem)	$U_\mathrm{L} = I_\mathrm{K} \cdot R_\mathrm{i}$	$[U_\mathrm{L}] = \mathrm{V}$
Leistungsanpassung (reellwertig)	$R_\mathrm{Last} = R_\mathrm{i}$ $P_\mathrm{max} = \frac{1}{4} \cdot U_\mathrm{L} \cdot I_\mathrm{K} = \frac{1}{4} \cdot R_\mathrm{i} \cdot I_\mathrm{K}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_\mathrm{L}^2}{R_\mathrm{i}}$	$[R_\mathrm{Last}] = \Omega$ $[P_\mathrm{max}] = \mathrm{W}$
Leistungsanpassung (komplexwertig)	$\underline{Z}_\mathrm{Last} = \underline{Z}^*_\mathrm{Quelle}$	

Dreieck-Stern-Transformation (Kennelly-Theoreme)



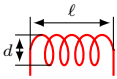
$$R_\mathrm{a} = \frac{R_\mathrm{ac} \cdot R_\mathrm{ab}}{R_\mathrm{ab} + R_\mathrm{bc} + R_\mathrm{ac}}$$
$$R_\mathrm{b} = \frac{R_\mathrm{ab} \cdot R_\mathrm{bc}}{R_\mathrm{ab} + R_\mathrm{bc} + R_\mathrm{ac}}$$
$$R_\mathrm{c} = \frac{R_\mathrm{ac} \cdot R_\mathrm{bc}}{R_\mathrm{ab} + R_\mathrm{bc} + R_\mathrm{ac}}$$

Stern-Dreieck-Transformation (Kennelly-Theoreme)

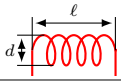
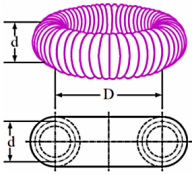


$$R_\mathrm{ac} = \frac{R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{b} + R_\mathrm{b} \cdot R_\mathrm{c} + R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{c}}{R_\mathrm{b}}$$
$$R_\mathrm{ab} = \frac{R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{b} + R_\mathrm{b} \cdot R_\mathrm{c} + R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{c}}{R_\mathrm{c}}$$
$$R_\mathrm{bc} = \frac{R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{b} + R_\mathrm{b} \cdot R_\mathrm{c} + R_\mathrm{a} \cdot R_\mathrm{c}}{R_\mathrm{a}}$$

17.5 Magnetismus

Magnetische Feldstärke $\vec{H}$	$\vec{H}$	$[\vec{H}] = \mathrm{A\,m^{-1}}$
... Gerader Leiter:	$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$	$[\mathrm{H}] = \mathrm{A\,m^{-1}}$
... Zylinderspule:	$H = \frac{I \cdot N}{\sqrt{\ell^2 \cdot d^2}}$ 	$[H] = \mathrm{A\,m^{-1}}$
Magnetische Induktion $\vec{B}$ (Flussdichte)	$\vec{B}$	$[\vec{B}] = \mathrm{T} = \mathrm{V\,s\,m^{-2}} = \mathrm{N\,s\,C^{-1}\,m^{-1}}$
Zusammenhang Feldstärke und Induktion	$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r} \cdot \vec{H}$	$[\vec{B}] = \mathrm{T}$
Durchflutungsgesetz (Ampére'sches Gesetz)	$\Theta = \int\limits_W \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \mu \cdot \sum\limits_v I_v^\mathrm{innen}$	$[\Theta] = \mathrm{A}$
Lorentz-Kraft	$\vec{F}_\mathrm{L} = Q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$	$[F_\mathrm{L}] = \mathrm{N}$
Gesetz von Biot-Savart in Differentialschreibweise	$\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \left(\mathrm{d}\vec{\ell} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\lvert\vec{r} - \vec{r}\,'\rvert^3}\right)$	
Gesetz von Biot-Savart in Integralschreibweise	$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \iiint\limits_V \left(\vec{J}(\vec{r}) \times \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\lvert\vec{r} - \vec{r}\,'\rvert^3}\right) \cdot \mathrm{d}V'$	
Magnetischer Fluss Φ	$\Phi = \iint\limits_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$	$[\Phi] = \mathrm{Wb} = \mathrm{V\,s} = \mathrm{T\,m^2}$
Verketteter magnetischer Fluss Ψ	$\Psi = N \cdot \Phi$	$[\Psi] = \mathrm{Wb}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Faraday'sches Induktionsgesetz	$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$	$[U_{\text{ind}}] = \mathrm{V}$
Hopkinson'sches Gesetz („ohm'sches Gesetz des Magnetkreises")	$V = Rm \cdot \Phi$	$[V] = \mathrm{A}$
Magnetische Spannung $\boldsymbol{V}$	$V = \int\limits_{P_1}^{P_2} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$	$[V] = \mathrm{A}$
Magnetischer Widerstand $\boldsymbol{Rm}$ (Reluktanz)	$Rm = \frac{\ell}{\mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r} \cdot A}$	$[Rm] = \mathrm{H}^{-1}$ ℓ mittlere Feldlinien-Länge; A Querschnittsfläche
Magnetischer Leitwert $\boldsymbol{\Lambda}$ (auch $\boldsymbol{G_\mathrm{m}}$) (Permeanz)	$\Lambda = \frac{1}{Rm} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r} \cdot A}{\ell}$	$[\Lambda] = \mathrm{H}$
Maschen- und Knotensatz im magnetischen Kreis	$\sum \Phi = 0 \qquad \sum V = \Theta$	
Selbstinduktion, Induktivität $\boldsymbol{L}$	$\Psi = L \cdot I \rightarrow L = \frac{N \cdot \Phi}{\ell} = N^2 \cdot \Lambda = \frac{N^2}{Rm}$	$[L] = \mathrm{H} = \mathrm{V\,s\,A^{-1}}$
Induktivität einer Zylinderspule ($\ell \gg d$)	$L \approx N^2 \cdot \frac{\mu \cdot A}{\ell}$ 	$[L] = \mathrm{H}$
Induktivität einer Toroidspule	$L \approx N^2 \cdot \frac{\mu}{4} \cdot \frac{d^2}{D}$ 	
Energie im magnetischen Feld $\boldsymbol{W_\mathrm{mag}}$	$W_\mathrm{mag} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \left\vert \vec{B} \right\vert \cdot V$	$[W_\mathrm{mag}] = \mathrm{J}$
Energiedichte im magn. Feld $\boldsymbol{\rho_\mathrm{mag}}$ (spezifische Feldenergie)	$\rho_\mathrm{mag} = \frac{W_\mathrm{mag}}{V} = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \left\vert \vec{B} \right\vert^2 = \frac{1}{2} \cdot \vec{B} \cdot \vec{H}$	$[\rho_\mathrm{mag}] = \mathrm{J\,m^{-3}} = \mathrm{N\,m^{-2}}$
Transformator	$\left\vert \frac{I_2}{I_1} \right\vert = \left\vert \frac{U_1}{U_2} \right\vert = \left\vert \frac{N_1}{N_2} \right\vert$	

17.6 Wechselstromrechnung

Reellwertige Darstellung sinusförmiger Wechselstrom-Größen	$U(t) := u = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_\mathrm{u})$ $I(t) := i = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_\mathrm{i})$	$[u] = \mathrm{V}$; $[i] = \mathrm{A}$
Komplexwertige Darstellung sinusförmiger Wechselstromgrößen (Zeiger-Darstellung)	$\underline{u} := \hat{u} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j} \cdot (\omega \cdot t + \varphi_\mathrm{u})} := \underline{\hat{u}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j} \cdot \varphi_\mathrm{u}} := \underline{\hat{u}} \angle \varphi_\mathrm{u}$ $\underline{i} := \hat{i} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j} \cdot (\omega \cdot t + \varphi_\mathrm{i})} := \underline{\hat{i}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j} \cdot \varphi_\mathrm{i}} := \underline{\hat{i}} \angle \varphi_\mathrm{i}$	
Frequenz, Periodendauer	$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$	$[f] = \mathrm{s^{-1}} = \mathrm{Hz}$
Effektivwert (quadratischer Mittelwert) (x entspricht u, i, P, ...)	$x_\mathrm{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int\limits_0^T \left(x(t)\right)^2 \cdot \mathrm{d}t}$	
... für sinusförmigen Zeitverlauf	$x_{\mathrm{eff(sin)}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \hat{x} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}$	
Widerstand im Zeitbereich	$i_\mathrm{R} = \frac{1}{R} \cdot u_\mathrm{R}$ $u_\mathrm{R} = R \cdot i_\mathrm{R}$	$[i_\mathrm{R}] = \mathrm{A}$ $[u_\mathrm{R}] = \mathrm{V}$
Widerstand im Frequenzbereich	$\underline{Z}_\mathrm{R} = R$ $\underline{u}_\mathrm{R} = R \cdot \underline{i}_\mathrm{R}$	$[\underline{Z}_\mathrm{R}] = \Omega$
Kondensator im Zeitbereich	$i_\mathrm{C} = C \cdot \frac{\mathrm{d}U_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t}$ $u_\mathrm{C} = \frac{1}{C} \cdot \int\limits_{-\infty}^{t} i_\mathrm{C} \cdot \mathrm{d}t'$	$[i_\mathrm{C}] = \mathrm{A}$ $[u_\mathrm{C}] = \mathrm{V}$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Kondensator im Frequenzbereich	$\underline{Z}_\mathrm{C} = \frac{1}{\mathrm{j}\cdot\omega\cdot C} = \frac{-\mathrm{j}}{2\cdot\pi\cdot f\cdot C}$ $\underline{u}_\mathrm{C} = \underline{i}_\mathrm{C}\cdot\underline{Z}_\mathrm{C} = \underline{i}_\mathrm{C}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\cdot\omega\cdot C} = -\frac{\mathrm{j}\cdot\underline{i}_\mathrm{C}}{\omega\cdot C}$	$[\underline{Z}_\mathrm{C}] = -\mathrm{j}\cdot\Omega$
Induktivität im Zeitbereich	$i_\mathrm{L} = \frac{1}{L}\cdot\int\limits_{-\infty}^{t} u_\mathrm{L}\cdot\mathrm{d}t'$ $u_\mathrm{L} = L\cdot\frac{\mathrm{d}i_\mathrm{L}}{\mathrm{d}t}$	$[i_\mathrm{L}] = \mathrm{A}$ $[u_\mathrm{L}] = \mathrm{V}$
Induktivität im Frequenzbereich	$\underline{Z}_\mathrm{L} = \mathrm{j}\cdot\omega\cdot L = \mathrm{j}\cdot 2\cdot\pi\cdot f\cdot L$ $\underline{u}_\mathrm{L} = \underline{i}_\mathrm{L}\cdot\underline{Z}_\mathrm{L} = \underline{i}_\mathrm{L}\cdot\mathrm{j}\cdot\omega\cdot L$	$[\underline{Z}_\mathrm{L}] = \mathrm{j}\cdot\Omega$

Komplexe Impedanzen (Netzwerkanalyse mittels Laplace-Transformation)

Widerstand R	$R \circ\!\!-\!\!\bullet\ R$	
Kondensator C	$C \circ\!\!-\!\!\bullet\ \frac{1}{\underline{s}\cdot C}$	$\underline{s} = \sigma + \mathrm{j}\cdot\omega$
Induktivität L	$L \circ\!\!-\!\!\bullet\ \underline{s}\cdot L$	
Wirkleistung	$P = U_\mathrm{eff}\cdot I_\mathrm{eff}\cdot\cos(\varphi)$	$[P] = \mathrm{W}$
Blindleistung	$Q = U_\mathrm{eff}\cdot I_\mathrm{eff}\cdot\sin(\varphi)$	$[Q] = \mathrm{var}\ (= \mathrm{W})$
Scheinleistung	$S = \sqrt{P^2+Q^2} = \frac{P}{\cos(\varphi)} = \frac{Q}{\sin(\varphi)}$	$[S] = \mathrm{VA}\ (= \mathrm{W})$
Scheinleistung (komplexe Schreibweise)	$\underline{S} = \underline{U}_\mathrm{eff}\cdot\underline{I}^*_\mathrm{eff} = P + \mathrm{j}\cdot Q$	$[S] = \mathrm{VA}\ (= \mathrm{W})$

17.7 Elektrodynamik

$\vec{\nabla}$	Nabla-Operator				
Q	Elektrische Ladung	C	$\vec{B}$	Magnetische Flussdichte	$\mathrm{T{=}V\,s\,m^{-2}}$
$\vec{D}$	Elektrische Flussdichte	$\mathrm{C\,m^{-2}}$	$\vec{H}$	Magnetische Feldstärke	$\mathrm{A\,m^{-1}}$
$\vec{E}$	Elektrische Feldstärke	$\mathrm{V\,m^{-1}}$	$\vec{J}_\mathrm{I}$	Elektrische Leitungsstromdichte	$\mathrm{A\,m^{-2}}$
ρ	Raumladungsdichte	$\mathrm{C\,m^{-3}}$	$\vec{J}_\mathrm{V}$	Verschiebungsstromdichte $\vec{J}_\mathrm{V} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\mathrm{A\,m^{-2}}$

Maxwell'sche Gleichungen in ...

... Differentialform	***... Integralform***
1. Maxwell'sche Gleichung: Quellencharakter des elektrischen Feldes	
$\mathrm{div}\,\vec{D} = \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$	$\iint\limits_{\partial V}\vec{D}\cdot\mathrm{d}A = \iiint\limits_{V}\rho\cdot\mathrm{d}V = \sum Q(V)$
2. Maxwell'sche Gleichung: Quellenfreiheit des magnetischen Feldes	
$\mathrm{div}\,\vec{B} = \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$	$\iint\limits_{\partial V}\vec{B}\cdot\mathrm{d}A = 0$
3. Maxwell'sche Gleichung: Induktionsgesetz	
$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\oint\limits_{\partial A}\vec{E}\cdot\mathrm{d}s = -\iint\limits_{A}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$
4. Maxwell'sche Gleichung: Durchflutungsgesetz (Wirbelcharakter des magnetischen Feldes)	
$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_\mathrm{I} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\oint\limits_{\partial A}\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \iint\limits_{A}\vec{J}_\mathrm{I}\cdot\mathrm{d}\vec{A} + \iint\limits_{A}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$

18 Elektronik

Diffusionsspannung (Flussspannung)

$$U_\mathrm{D} = \frac{k_\mathrm{B}\cdot T}{e^-}\cdot\ln\left(\frac{N_\mathrm{A}\cdot N_\mathrm{D}}{n_\mathrm{i}^2}\right)$$

U_D	= Diffusionsspannung
k_B	= Boltzmannkonstante
e^-	= Elementarladung
T	= Temperatur
N_A	= Dichte der Akzeptoratome
N_D	= Dichte der Donatoratome
$n_\mathrm{i} = n_0\cdot p_0$	= Dichte der freien Ladungsträger

Temperaturspannung

$$U_\mathrm{T} = \frac{k_\mathrm{B}\cdot T}{e^-} \approx 26\,\mathrm{mV}\ \text{bei}\ T = 300\,\mathrm{K}$$

k_B	= Boltzmannkonstante
e^-	= Elementarladung
T	= Temperatur

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

Shockley-Gleichung

$$I_\mathrm{D}\left(U_\mathrm{D}\right) = I_\mathrm{R}(T) \cdot \left(\exp\left(\frac{U_\mathrm{D}}{m \cdot U_\mathrm{T}}\right) - 1\right)$$

I_D	= Diodenstrom
U_D	= Diodenspannung
I_R	= Sperrstrom
U_T	= Temperaturspannung ($\approx 26\,\mathrm{mV}$ bei $300\,\mathrm{K}$)
m	= Emissionskoeffizient (typisch 1 ... 2)
T	= Temperatur

Näherung der Shockleygleichung

$$I_\mathrm{D}\left(U_\mathrm{D}\right) \approx I_\mathrm{R} \cdot \exp\left(\frac{U_\mathrm{D}}{U_\mathrm{T}}\right)$$

(für $U_\mathrm{D} > 0{,}1\,\mathrm{V}$ und $m = 1$)

$$I_\mathrm{D}\left(U_\mathrm{D}\right) \approx -I_\mathrm{R}$$

(für $U_\mathrm{D} < -0{,}1\,\mathrm{V}$ und $m = 1$)

Temperatureinfluss

$$\left.\frac{\mathrm{d}\,U_\mathrm{D}}{\mathrm{d}\,T}\right|_{I_\mathrm{D}=\mathrm{konst.}} \approx -2\,\mathrm{mV\,K^{-1}}$$

(für Silizium)

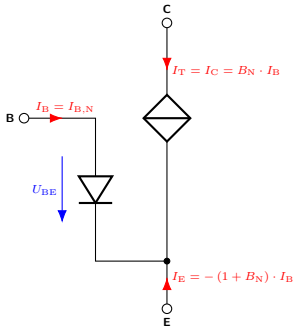
Vereinfachtes Transportmodell des Bipolartransistors

$$I_\mathrm{C} = B_\mathrm{N} \cdot I_\mathrm{B} = I_\mathrm{S} \cdot \exp\left(\frac{U_\mathrm{BE}}{U_\mathrm{T}}\right)$$

$$I_\mathrm{B} = \frac{I_\mathrm{C}}{B_\mathrm{N}} = \frac{I_\mathrm{S}}{B_\mathrm{N}} \cdot \exp\left(\frac{U_\mathrm{BE}}{U_\mathrm{T}}\right)$$

$$I_\mathrm{E} = -\left(I_\mathrm{C} + I_\mathrm{B}\right) = -\left(1 + B_\mathrm{N}\right) \cdot I_\mathrm{B}$$

B_N	Ideale Stromverstärkung im Normalbetrieb
I_S	Sättigungs-Sperrstrom
U_T	Thermische Spannung
k_B	Boltzmann-Konstante
T	Thermodynamische Temperatur
e^-	Elementarladung



19 Elektrische Maschinen

19.1 Allgemeine Formelzeichen

- i — Momentanstrom
- j — Imaginäre Einheit
- ℓ, s — Strecke, Länge
- u — Momentanspannung
- $w_\mathrm{spez.}$ — Spezifische magn. Feldenergie $[w] = \mathrm{N\,m^{-2}}$
- α_{20} — Linearer Widerstands-TK bei $20\,^\circ\mathrm{C}$ $[\alpha_{20}] = \mathrm{K^{-1}}$
- ϱ_{20} — Spezifischer Widerstand bei $20\,^\circ\mathrm{C}$ $[\varrho_{20}] = \Omega\,\mathrm{m}$
- κ_{20} — Leitfähigkeit bei $20\,^\circ\mathrm{C}$ $[\kappa_{20}] = \Omega^{-1}\,\mathrm{m^{-1}}$
- μ — Permeabilität; $\mu = \mu_0 \cdot \mu_\mathrm{r}$ $[\mu] = \mathrm{H\,m^{-1}}$
- μ_0 — Magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums) $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\,m^{-1}}$
- η — Wirkungsgrad
- σ — Mechanische Zugspannung $[\sigma] = \mathrm{N\,m^{-2}}$
- φ — Phasenverschiebung $u \to i$
- Θ — Magnetische Durchflutung $[\Theta] = \mathrm{A}$
- Λ — Permeanz (magnetischer Leitwert) $[\Lambda] = \mathrm{H}$
- Φ — Magnetischer Fluss $[\Phi] = \mathrm{Wb} = \mathrm{V\,s}$
- Ψ — Verketteter magnetischer Fluss $[\Psi] = \mathrm{Wb}$
- j — Imaginäre Einheit
- A — Fläche $[A] = \mathrm{m^2}$
- $\vec{B}$ — Magnetische Flussdichte; Induktion $[\vec{B}] = \mathrm{T} = \mathrm{kg\,A^{-1}\,s^{-2}}$
- $\vec{H}$ — Magnetische Feldstärke $[\vec{H}] = \mathrm{A\,m^{-1}}$
- I — Strom $[I] = \mathrm{A}$
- $\vec{J}$ — Stromdichte $[\vec{J}] = \mathrm{A\,m^{-2}}$
- L — Induktivität $[L] = \mathrm{H} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-2}\,s^{-2}}$
- M — (Dreh-) Moment $[M] = \mathrm{N\,m}$
- U — Spannung $[U] = \mathrm{volt} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-1}\,s^{-3}}$
- P — Wirkleistung $[P] = \mathrm{W}$
- Q — Blindleistung $[Q] = \mathrm{var}$
- R — Resistanz (Wirkwiderstand) $[R] = \Omega = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-2}\,s^{-3}}$
- Rm — Reluktanz (magnetischer Widerstand) $[Rm] = \mathrm{A\,V^{-1}\,s^{-1}} = \mathrm{H^{-1}}$
- S — Scheinleistung $[P] = \mathrm{VA}$
- V, Vm — Magnetische Spannung $[V] = \mathrm{A}$
- X — Reaktanz (Blindwiderstand) $[X] = \Omega$
- Y — Admittanz (Wechselstrom-Leitwert) $[Y] = \mathrm{S}$
- Z — Impedanz (Wechselstrom-Widerstand) $[Z] = \Omega$

© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher
Stand: V10.0: 02-FEB-2025
Als Hilfsmittel bei Klausuren zugelassen

19.2 Grundlagen

Mechanik, energetische Betrachtungen
Für Motorbetrieb (analog für Generatorbetrieb, Vorzeichen und Zählpfeilsystem beachten!)

$P_1 = P_{\text{el}} = U \cdot I$ zugeführte elektrische Leistung

$P_2 = P_{\text{mech}} = M \cdot \omega = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n = \left(M_{\text{i}} - \sum M_{\text{v}}\right)$ abgegebene mechanische Leistung

$\eta = \dfrac{P_2}{P_1}$

Komplexwertige Schreibweise (A steht für eine beliebige Größe)

$$\underline{A} = \Re(\underline{A}) + \text{j} \cdot \Im(\underline{A}) = \sqrt{\Re^2(\underline{A}) + \Im^2(\underline{A})} \cdot \text{e}^{\text{j} \cdot \arctan\left(\frac{\Im(\underline{A})}{\Re(\underline{A})}\right)}$$

Effektivwerte (co)sinusförmiger Größen (A wie vor)

$$A := A_{\text{eff}} = \widehat{A} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ohm'sches Gesetz, Maschen- und Knotensatz

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \qquad \underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} \qquad R = \Re(\underline{Z}) \qquad X = \Im(\underline{Z}) \qquad \sum \underline{U} = 0 \qquad \sum \underline{I} = 0$$

Widerstandsbemessungsgleichung, Änderung des Widerstands mit der Temperatur

$$R = \frac{\varrho \cdot \ell}{A} = \frac{\ell}{\kappa \cdot A} \qquad R_\vartheta \approx R_{20} \cdot \left(1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20\,^\circ\text{C})\right)$$

$$\kappa_{20\ \text{Cu}} \approx 56\,\text{m}\,\Omega^{-1}\,\text{mm}^{-2} \qquad \alpha_{20\ \text{Cu}} \approx 3{,}93 \cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1} \approx {}^1\!/_{255}\,\text{K}^{-1}$$

Impedanzen der Grundbauteile

$$R:\ R = \frac{U}{I} \qquad C:\ I_{\text{C}} = C \cdot \frac{\text{d}_{UC}}{\text{d}t} \rightarrow \underline{Z}_{\text{C}} = \frac{1}{\text{j} \cdot \omega \cdot C} \qquad L:\ U_{\text{L}} = L \cdot \frac{\text{d}_{IL}}{\text{d}t} \rightarrow \underline{Z}_{\text{L}} = \text{j} \cdot \omega \cdot L$$

Leistung: Schein-, Wirk- und Blindleistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I} = P + \text{j} \cdot Q \qquad P = \Re(\underline{S}) = S \cdot \cos(\varphi) \qquad Q = \Im(\underline{S}) = S \cdot \sin(\varphi)$$

Blindleistungskompensation (parallel geschalteter Kondensator)

$$Q_{\text{alt}} = S \cdot \varphi_{\text{alt}} \qquad Q_{\text{neu}} = S \cdot \varphi_{\text{neu}} \qquad Q_{\text{C}} \stackrel{!}{=} \Delta Q \qquad Q_{\text{C}} = \underline{I}_{\text{C}}^2 \cdot |\underline{Z}_{\text{C}}| = \frac{\underline{U}_{\text{C}}^2}{|\underline{Z}_{\text{C}}|}$$

19.3 Zusammenstellung der wichtigsten Formeln des magnetischen Feldes

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot \text{d}\vec{A'} \qquad Vm = \int_s \vec{H} \cdot \text{d}\vec{s'} \qquad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\text{H}\,\text{m}^{-1}$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \qquad \sum \Phi = 0 \qquad \sum Vm = \Theta \qquad \Theta = N \cdot I$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \qquad \psi = N \cdot \Phi = L \cdot I \qquad \Phi = \Lambda \cdot Vm = \frac{Vm}{Rm} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$Rm = \frac{l}{\mu \cdot A} \qquad \Lambda = \frac{1}{Rm} = \frac{\mu \cdot A}{l} \qquad L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = N^2 \cdot \Lambda = \frac{N^2}{Rm} \qquad W_{\text{el}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Induktionsgesetz

$$u_{\text{ind}} = \ell \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = N \cdot \frac{\text{d}\Phi(t)}{\text{d}t}$$

19.4 Elektromagnete

$$\vec{F} = I \cdot \left(\vec{\ell} \times \vec{B}\right) \quad \Rightarrow \quad F = |\vec{F}| = \ell \cdot I \cdot B \qquad \text{(Lorentzkraft)}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi}{A} \cdot H = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}}} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{\text{r}} \cdot H^2}{2} = w_{\text{spez.}}$$

©2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

19.5 Transformatoren

$$u_2 = M_{12} \cdot \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \qquad u_1 = M_{21} \cdot \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \qquad M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Für den idealen Transformator ($k = 1$):

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} \qquad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \qquad \ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Transformator-Entwurfsgleichung

$$U_{\mathrm{eff}} = \frac{N \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot f \cdot \hat{\Phi} = 4{,}44 \cdot f \cdot N \cdot \hat{\Phi}$$

19.6 Kommutatormaschinen

- α_{i} (ideeller) Polbedeckungsfaktor $[\alpha_{\mathrm{i}}] = 1$
- Φ_{h} Nutzfluss je Pol $[\Phi_{\mathrm{h}}] = \mathrm{V\,s} = \mathrm{Wb}$
- B Luftspaltinduktion (radial) $[B] = \mathrm{T}$
- F_{t} Tangentiale Umfangskraft $[F_{\mathrm{t}}] = \mathrm{N}$
- I_{A} Ankerstrom $[I_{\mathrm{A}}] = \mathrm{V}$
- M_{i} Inneres Drehmoment $[M_{\mathrm{i}}] = \mathrm{N\,m}$
- M_{v} Verlustmomente $[M_{\mathrm{v}}] = \mathrm{N\,m}$
- R_{A} Anker-Wicklungswiderstand $[R_{\mathrm{A}}] = \Omega$
- U_{A} Ankerspannung $[U_{\mathrm{A}}] = \mathrm{V}$
- $U_{\mathrm{Bü}}$ Bürsten-Spannungsabfall $[U_{\mathrm{Bü}}] = \mathrm{V}$
- U_{ind} Induzierte Spannung $[U_{\mathrm{ind}}] = \mathrm{V}$
- ℓ Ankerlänge $[\ell] = \mathrm{m}$
- n Ankerdrehzahl $[n] = \mathrm{s}^{-1}$
- p Polpaarzahl $[p] = 1$
- r Ankerradius $[r] = \mathrm{m}$
- z Leiterzahl je Ankerzweig =Leiterzahl zwischen benachbarten Kohlen $[z] = 1$
- z_{w} $= \alpha_{\mathrm{i}} \cdot z$ Wirksame Leiterzahl je Ankerzweig $[z_{\mathrm{w}}] = 1$
- c_{m} $= 2 \cdot p \cdot z$ Maschinenkonstante $[c_{\mathrm{m}}] = 1$

Generatorbetrieb

$$\Phi_{\mathrm{h}} = \alpha_{\mathrm{i}} \cdot \frac{\pi \cdot r}{p} \cdot \ell \cdot B \qquad U_{\mathrm{ind}} = z_{\mathrm{w}} \cdot \ell \cdot v \cdot B = \alpha_{\mathrm{i}} \cdot z \cdot \ell \cdot \omega \cdot r \cdot B = c_{\mathrm{m}} \cdot \Phi_{\mathrm{h}} \cdot n$$

$$U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{ind}} - R_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}} - U_{\mathrm{Bü}}$$

Motorbetrieb

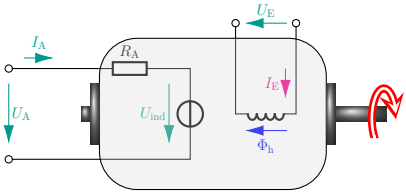
$$M_{\mathrm{i}} = F_{\mathrm{i}} \cdot r = z_{\mathrm{w}} \cdot l \cdot I_{\mathrm{A}} \cdot B \cdot r = \frac{c_{\mathrm{m}} \cdot \Phi_{\mathrm{h}}}{2 \cdot \pi} \cdot I_{\mathrm{A}} \qquad U_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{ind}} + R_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}} + U_{\mathrm{Bü}}$$

$$P_1 = P_{\mathrm{el}} = U_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}} \qquad n = \frac{U_{\mathrm{A}} - R_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}}}{c_{\mathrm{m}} \cdot \Phi_{\mathrm{h}}}$$

Ersatzschaltbild

Vereinfachung: $U_{\mathrm{Bü}}$ im R_{A} berücksichtigt.

$$U_{\mathrm{A}} = R_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}} + U_{\mathrm{ind}} = R_{\mathrm{A}} \cdot I_{\mathrm{A}} + c_{\mathrm{m}} \cdot \Phi_{\mathrm{h}} \cdot n$$



19.7 Asynchronmaschinen

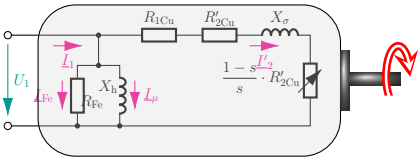
- f Netzfrequenz $[f] = \mathrm{Hz}$
- m_1 Anzahl Phasen $[m_1] = 1$
- n_{d} Synchrone Drehzahl $[n_{\mathrm{d}}] = \mathrm{min}^{-1}$
- n_{s} Schlupfdrehzahl $[n_{\mathrm{s}}] = \mathrm{min}^{-1}$
- p Polpaarzahl $[p] = 1$
- s Schlupf $[s] = 1$
- P_1 Zugeführte elektrische Leistung
- P_δ Verfügbare Wirkleistung
- P_{v2Cu} Kupferverlustleistung im Rotor
- M_{K} Kippmoment
- s_{K} Kippschlupf $[s_{\mathrm{K}}] = 1$

$$n_{\mathrm{d}} = \frac{f}{p} \qquad n = (1 - s) \cdot n_{\mathrm{d}} \qquad s = \frac{n_{\mathrm{s}}}{n_{\mathrm{d}}} = \frac{n_{\mathrm{d}} - n}{n_{\mathrm{d}}} = 1 - \frac{n}{n_{\mathrm{d}}}$$

Ersatzschaltbild

Vereinfachung: X_{h} und R_{Fe} zum Eingang verschoben, $X_\sigma = X_{1\,\sigma} + X'_{2\,\sigma}$

$$R_{\mathrm{mech}} = \frac{1 - s}{s} \cdot R'_{2\mathrm{Cu}}$$



© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher

$$I_{10} = \sqrt{I_{\mathrm{Fe}}^2 + I_\mu^2} = \sqrt{\left(\frac{U_1}{R_{\mathrm{Fe}}}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{X_{\mathrm{h}}}\right)^2}$$

$$\underline{I}_2' = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{2\ \mathrm{ges}}} = \frac{\underline{U}_1}{\sum R + \mathrm{j} \cdot X_\sigma}$$

$$I_1 = U_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R_{\mathrm{Fe}}} + \frac{R}{Z_{2\mathrm{g}}'^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_{\mathrm{h}}} + \frac{X_\sigma}{Z_{2\mathrm{g}}'^2}\right)^2}; \qquad R = R_{1\mathrm{Cu}} + \frac{R'_{2\mathrm{Cu}}}{s}$$

$$P_\delta = m_1 \cdot \frac{R'_{2\mathrm{Cu}}}{s} \cdot I_2'^2 \qquad P_1 = P_\delta + m_1 \cdot \left(R_{1\mathrm{Cu}} \cdot I_1^2 + \frac{U_1^2}{R_{\mathrm{Fe}}}\right)$$

$$P_{\mathrm{v2Cu}} = m_1 \cdot R'_{2\mathrm{Cu}} \cdot I_2'^2 \qquad P_{\mathrm{mech}} = P_\delta - P_{\mathrm{v2Cu}} \qquad P_2 = P_{\mathrm{mech}} - P\mathrm{vn}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P_1}{m_1 \cdot U_1 \cdot I_1}$$

$$M_{\mathrm{K}} = \frac{m_1 \cdot U_1^2}{4 \cdot \pi \cdot n_{\mathrm{d}} \cdot \left(R_{1\mathrm{Cu}} + \sqrt{R_{1\mathrm{Cu}}^2 + X_\sigma^2}\right)}$$

$$s_{\mathrm{K}} = \frac{R'_{2\mathrm{Cu}}}{\sqrt{R_{1\mathrm{Cu}}^2 + X_\sigma^2}} \qquad n_{\mathrm{K}} = (1 - s_{\mathrm{K}}) \cdot n_{\mathrm{d}}$$

19.8 Synchronmaschinen

- ϑ Polradwinkel $[\vartheta] = {}^\circ$
- f_1 Netzfrequenz $[f_1] = \mathrm{Hz}$
- k_{k} Kontrollzahl $[k_{\mathrm{k}}] = 1$
- m_1 Anzahl Phasen $[m_1] = 1$
- n_{d} Synchrone Drehzahl
- p Polpaarzahl $[p] = 1$
- x_{d} relativer Läuferblindwiderstand $[x_{\mathrm{d}}] = 1$
- I_{E0} Leerlauf-Bemessungserregerstrom
- I_{k0} Kurzschlussstrom
- $I_{\mu 0}$ Leerlauf-Magnetisierungsstrom
- M_{K} Kippmoment $[M_{\mathrm{K}}] = \mathrm{N\,m}$
- U_{P} Polradspannung $[U_{\mathrm{P}}] = \mathrm{V}$
- Z_{N} Betriebsimpedanz

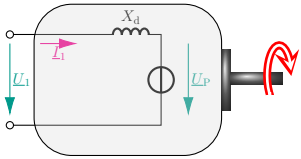
Leerlauf-Kurzschlussverhältnis (Kontrollzahl) k_{k}:
$k_{\mathrm{k}} = 0{,}4 \ldots 0{,}65$: Vollpolläufer $\qquad k_{\mathrm{k}} = 0{,}6 \ldots 1{,}2$: Schenkelpolläufer

$$\sin\vartheta = -\frac{M}{M_{\mathrm{K}}} \qquad M_{\mathrm{K}} = \frac{m_1 \cdot U_{1\mathrm{N}}}{\omega_{\mathrm{d}}} \cdot \frac{U_{\mathrm{P}}}{X_{\mathrm{d}}}$$

$$m_1 = \frac{S_{1\mathrm{N}}}{U_{1\mathrm{N}} \cdot I_{1\mathrm{N}}} \qquad f_1 = n \cdot p \qquad p = \frac{f_{1\mathrm{N}}}{n_{\mathrm{N}}} \qquad I_{\mu 0} = \frac{U_{1\mathrm{N}}}{X_{\mathrm{d}}}$$

$$I_{\mathrm{k0}} \approx I_{\mu 0} \qquad Z_{\mathrm{N}} = \frac{U_{1\mathrm{N}}}{I_{1\mathrm{N}}} \qquad x_{\mathrm{d}} = \frac{Z_{\mathrm{d}}}{Z_{\mathrm{n}}} \qquad k_{\mathrm{k}} = \frac{1}{x_{\mathrm{d}}} = \frac{Z_{\mathrm{n}}}{Z_{\mathrm{d}}}$$

Ersatzschaltbild
Vereinfachung:



$$U_{\mathrm{P}} = X_{\mathrm{h}} \cdot I'_{\mathrm{E}} = X_{\mathrm{h}} \cdot \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_{\mathrm{E}}$$

$$\underline{I}_1 = -\mathrm{j} \cdot \frac{U_{1\mathrm{N}} - U_{\mathrm{P}}}{X_{\mathrm{d}}}$$

$$I_{\mu 0} = \frac{U_{1\mathrm{N}}}{X_{\mathrm{d}}} \qquad I_{1\mathrm{w}} = \frac{U_{\mathrm{P}}}{X_{\mathrm{d}}} \cdot \sin(\vartheta) \qquad I_{1\mathrm{b}} = \frac{U_{\mathrm{P}}}{X_{\mathrm{d}}} \cdot \cos(\vartheta) - I_{\mu 0} \qquad I_1 = \sqrt{I_{1\mathrm{w}}^2 + I_{1\mathrm{b}}^2}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{I_{1\mathrm{w}}}{I_1}$$

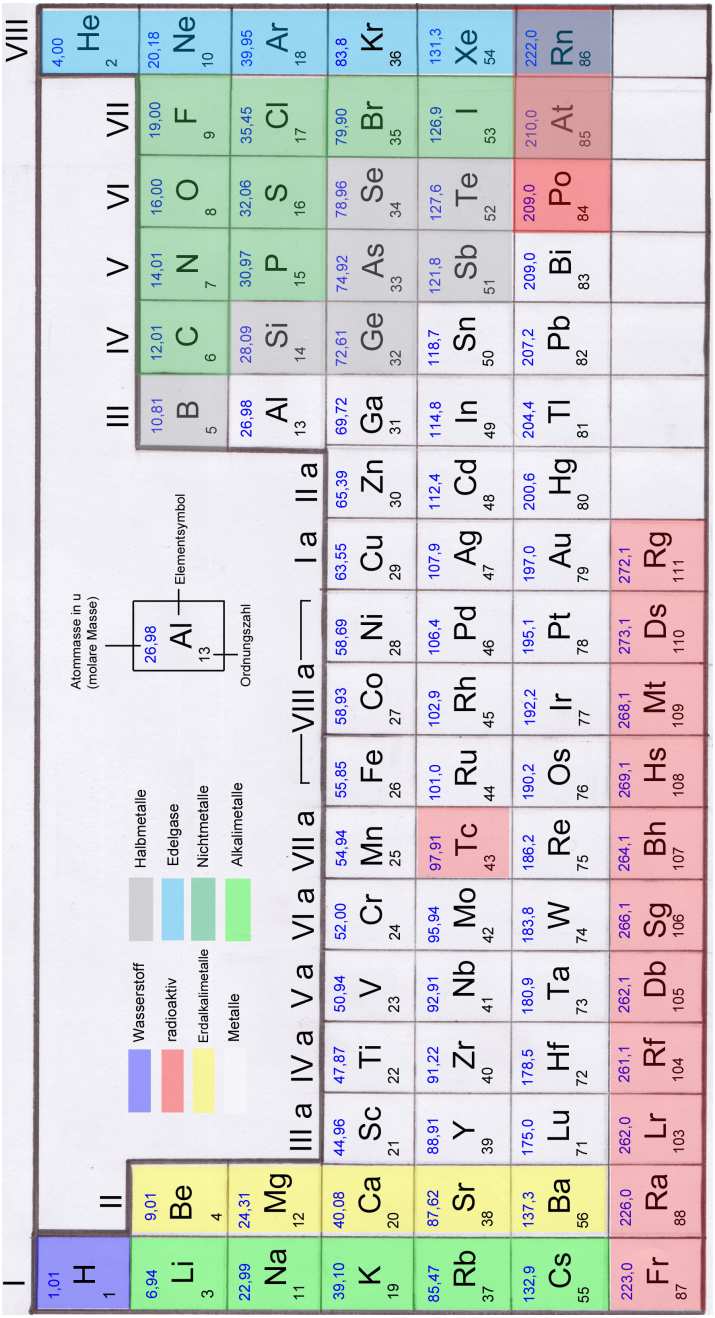
Leerlaufbetrieb:

$$U_{10} = U_{1\mathrm{N}} \cdot \frac{n}{n_{\mathrm{N}}} = U_{1\mathrm{N}} \cdot \frac{f_1}{f_{1\mathrm{N}}}$$

Kurzschlussbetrieb:

$$X_{\mathrm{d}}(f_1) = X_{\mathrm{d}} \cdot \frac{f_1}{f_{1\mathrm{N}}} \qquad I_{1\mathrm{k}} = \frac{U_{10}}{X_{\mathrm{d}}(f_1)}$$

Vereinfachtes Periodensystem der Elemente (ohne Lanthanoide, Actinoide und Transurane ab der Ordnungszahl 112)



© 2015-2025
Prof. Dr. Tilko Dietert, Rolf B. Drescher