

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Pascal - Dreieck

$$\prod_{i=1}^n i := i! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Abstraktion!

→ Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger

↓ konkret

$$1 + 1 = 2$$

$$42 + 1 = 43$$

...

Stoff

- Ungleichungen
- Komplexe Zahlen
- Folgen / Reihen
- Trigonometrie

- Differenzialrechnung
  - Integralrechnung
  - Schwerpunkt nach
- } im  $\mathbb{R}^1$
- $f(x)$
- ~~$f(x,y,z)$~~   $\mathbb{R}^n$
- Mentimeter- Abfrage
  - Ihre Wünsche

08:30 - 17:00

08:30

Mo - ~~Do~~ FR

FR

"Plenum" bis 14:00

1400 - 1200 Hr. Drescher ist/  
bleibt online  
(außer Freitag)

Pause

8:30 - 10:00

10:15 - 11:45

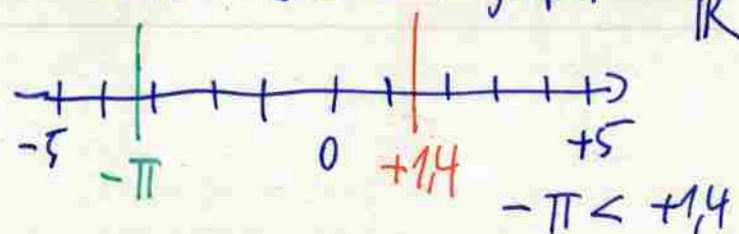
12:30 - 14:00

Ungleichungen

Links  $\begin{matrix} > \\ \geq \\ < \\ \leq \\ \neq \end{matrix}$  } rechts  
Ordnungs-  
relationen

Metrik: (Maßtheorie)

kleiner  $\leftarrow$   $\rightarrow$  größer



Gleichungskalkül

linker = rechter  
Seitenterm Gleichheits-  
operator Seitenterm

Äquivalenz-Umformungen

Assoziativ - Kommutativ - Distributivgesetz

z.B.  $13x^2 - 4x + \pi - 3x^2 + 6 \cdot (2x - x \cdot (x-3))$

$$\begin{aligned} -x \cdot (x-3) &\neq -x^2 - 3x \\ &= -x^2 + 3x \end{aligned}$$

math. Operatoren

$+$   $-$   $\cdot$   $:$   $\sqrt{\quad}$   $\log$   $0^0$   $3$   
 $\frac{d}{dx}$   $\int$   $=$   $<$   $\geq$   $\dots$

Transitivität:

$<$   $\leq$   $>$   $\geq$  sind transitiv

z.B.

Aus  $(3) < (5)$  und  $(5) < (8)$  folgt  $3 < 8$

Gegenbeispiel:

Adam kennt Eva

Eva kennt Fritz

„kennt“

$\nRightarrow$  Adam kennt Fritz

$a \leq a$



Reflexivität

Gegenbeispiel:

$\forall a \in \mathbb{R}$



Für Alle  
Allquantor



Es gibt  
Existenzquantor

Prädikaten-  
Logik  
1. Stufe

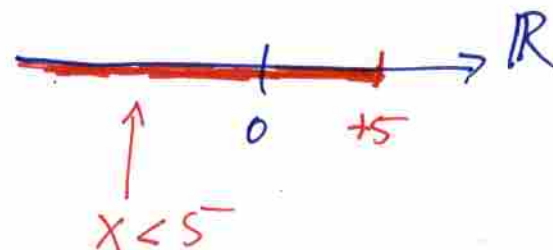
$a \nless a$  „kleiner“ ist nicht reflexiv!

Ungleichungen lösen:

Wie Gleichungen Äquivalenzumformungen

Aber: Umkehr des Relationsymbols bei Multiplikation oder Division mit negativem Wert. ⚡

$$\begin{aligned} x &< 5 && \parallel \cdot (-1) \\ \Leftrightarrow -x &> -5 \end{aligned}$$



$$x < 5 : \{x \mid x < 5\}$$

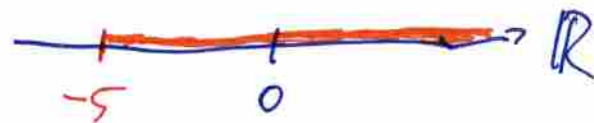
$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$$

$$]-\infty; 5[$$

Mengenschreibweise

Intervallschreibweise

$$-x > -5$$



Konsequenz:

Wenn ich nicht weiß, ob ich mit etwas Negativem multipliziere, muß ich Fallunterscheidungen machen! 5

$$\begin{aligned} 3 \cdot x - 14 &< x + 5 && || -5 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot x - 19 &< x && || +19 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot x &< x + 19 && || -x \\ \Leftrightarrow 2 \cdot x &< 19 && || :2 \\ \Leftrightarrow x &< 9,5 \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} 3 \cdot x - 19 &< x && || -3 \cdot x \\ \Leftrightarrow -19 &< -2 \cdot x && || \Leftrightarrow \\ -2 \cdot x &> -19 && || :(-2) \\ x &< 9,5 \end{aligned}$$

Bruchungleichungen:

$$\frac{2x - 5}{x + 3} < 8 \quad || \cdot (x + 3)$$

$$x \neq -3$$

Fallunterscheidung:

$$\begin{array}{l|l} \textcircled{x+3 > 0} & 2x - 5 < 8x + 24 \\ x > -3 & 2x < 8x + 29 \\ & -6x < 29 \\ & x > -\frac{29}{6} \end{array}$$

Beide!  
 $x > -3$

$$\begin{array}{l|l} \textcircled{x+3 < 0} & 2x - 5 > 8x + 24 \\ x < -3 & 2x > 8x + 29 \\ & -6x > 29 \\ & x < -\frac{29}{6} \end{array}$$

oder Beide!  
 $x < -\frac{29}{6}$

Links:  
 $x > -3$   
 und  
 $x > -\frac{29}{6}$

}  $x > -3$

rechts:

$x < -3$   
 und  
 $x < -\frac{29}{6}$

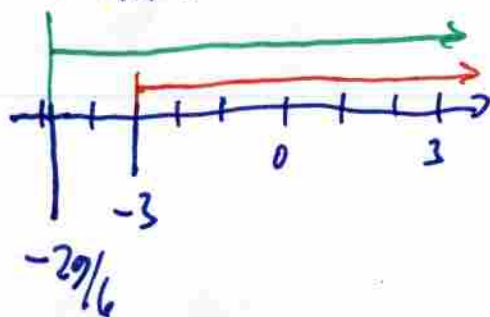
}  $x < -\frac{29}{6}$

$\rightarrow \mathcal{L} = ]-\infty; -\frac{29}{6}[$

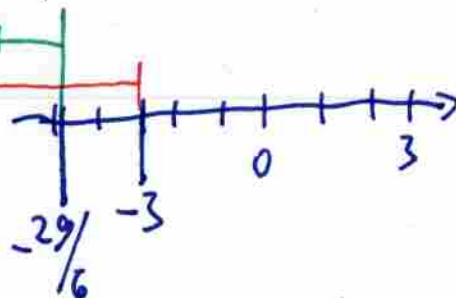
$\cup ]-3; \infty[$

$= \mathbb{R} \setminus [-\frac{29}{6}; -3]$

Links:

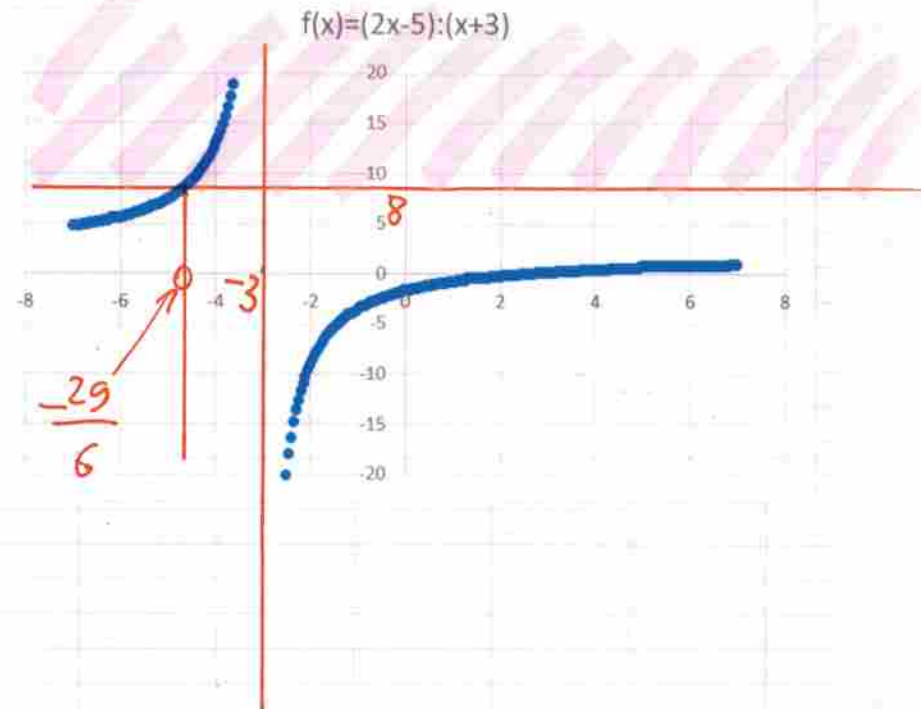


rechts:



$$\frac{2x-5}{x+3} < 8$$

| x     | (2x-5):(x+3) |
|-------|--------------|
| -7    | 4,75         |
| -6,95 | 4,784810127  |
| -6,9  | 4,820512821  |
| -6,85 | 4,857142857  |
| -6,8  | 4,894736842  |
| -6,75 | 4,933333333  |
| -6,7  | 4,972972973  |
| -6,65 | 5,01369863   |
| -6,6  | 5,055555556  |
| -6,55 | 5,098591549  |
| -6,5  | 5,142857143  |
| -6,45 | 5,188405797  |
| -6,4  | 5,235294118  |
| -6,35 | 5,28358209   |
| -6,3  | 5,333333333  |
| -6,25 | 5,384615385  |
| -6,2  | 5,4375       |
| -6,15 | 5,492063492  |
| -6,1  | 5,548387097  |
| -6,05 | 5,606557377  |
| -6    | 5,666666667  |
| -5,95 | 5,728813559  |
| -5,9  | 5,793103448  |
| -5,85 | 5,859649123  |



$3x = 9 \quad \mathcal{L} = \{3\}$

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

$$\left( \begin{array}{l} = 42 \\ < 5 \end{array} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(\cancel{x+2})}{\cancel{x+2}}$$

$$\Leftrightarrow x - 2$$

7

Hauptsatz der Algebra  
Ein Polynom vom Grad  $n$   
hat  $n$  Nullstellen (Wurzeln)

$\Leftrightarrow$  Es gibt  $n$   $n$ -te Wurzeln

z.B.  $\sqrt[2]{4} = \begin{Bmatrix} 2 \\ -2 \end{Bmatrix}$

$$\sqrt[3]{-8} = \begin{Bmatrix} -2 \\ + \text{zwei komplexwertige} \end{Bmatrix} \mathbb{R}$$

in  $\mathbb{C}$

9.2c)

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\frac{x-1}{x-2} > 1 \quad || \cdot (x-2)$$

$$x \neq 2$$

 $x < 2$ :  $x-2$  ist negativ

 $x > 2$ :  $x-2$  ist positiv

 $x < 2 \rightarrow$  negativ

 $x > 2 \rightarrow$  positiv

$$x-1 < x-2 \quad || +1$$

$$x < x-1 \quad || -x$$

$$0 < -1$$

$$\mathcal{L}_1 = \{ \}$$

$$x-1 > x-2 \quad || +1$$

$$x > x-1 \quad || -x$$

$$0 > -1$$

$$\mathcal{L}_2 = \mathbb{R}$$

$$]x < 2[ \text{ und } \{ \}$$

$$\rightarrow \{ \}$$

$$]x > 2[ \text{ und } \mathbb{R}$$

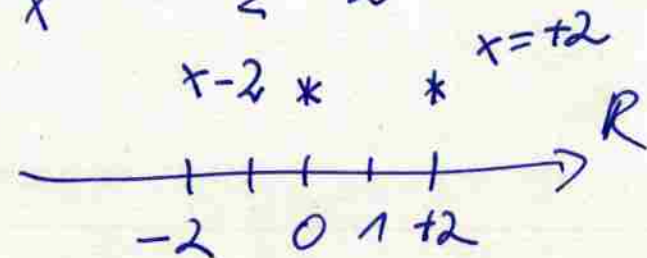
$$\rightarrow x > 2$$

$$\mathcal{L} = ]2; \infty[$$

$$x-2 < 0 \quad || +2 \text{ negativ}$$

$$\Leftrightarrow x-2+2 < 0+2$$

$$\Leftrightarrow x < 2$$



$$x-2 \geq 0 \quad || +2$$

$$\Leftrightarrow x-2+2 \geq 0+2$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2$$

Definition: Zahlenwerte größer als Null "positiv"  
Zahlenwerte kleiner als Null "negativ"

$$x > 0$$

x ist positiv

$$x < 0$$

x ist negativ

$$x - 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow x < 2$$

Definitionsbereich:

$$\frac{P_1(x)}{P_2(x)}$$

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$$

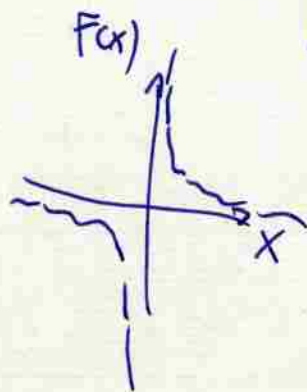
Nullstellen

$$P_1(x) = 0$$

Polstellen

$$P_2(x) = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$



$\arcsin(x)$

$$D = [-1; 1]$$

Inverses Element

Neutrales Element

Neutrales Element

10

bezüglich  $+$ :  $-x$  weil  $x - x = 0$   
 $\cdot$ :  $\frac{1}{x}$  weil  $x \cdot \frac{1}{x} = 1$

bezüglich  $+$ :  $0$  weil  $x + 0 = x$   
 $\cdot$ :  $1$  weil  $x \cdot 1 = x$

Schreibweise: Inverse Element bezüglich  $\odot$ :  $x^{-1}$

Formale Algebra:

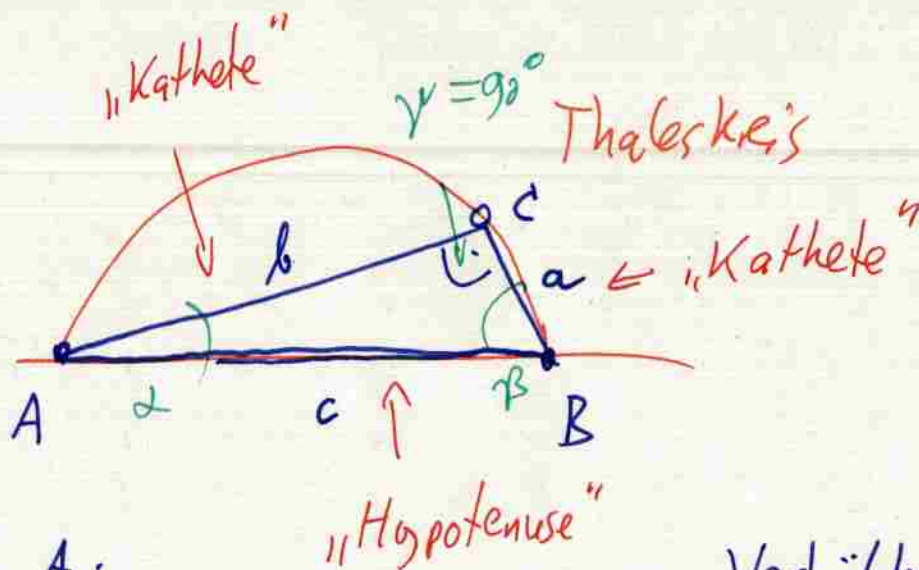
$$\tan^{-1} = \frac{1}{\tan} = \cot$$

$\uparrow$   
NICHT  
"x hoch minus 1"

$$x + x^{-1} = 0$$

# Trigonometrie

11



Bezüglich Punkt A:

B "Ankathete"

a "Gegenkathete"

Definition:

Sinus (sin)

Cosinus

Tangens

Cotangens

$$\sin(\alpha) := \frac{a}{c}$$

$$\cos(\alpha) := \frac{b}{c}$$

$$\tan(\alpha) := \frac{a}{b}$$

$$\cot(\alpha) := \frac{b}{a}$$

(ungebräuchlicher)

Verhältnisse hängen nur von den Winkeln ab:

3 Streckenlängen a, b, c  
↓ 6 mögliche Verhältnisse

$$\frac{a}{b} \quad \frac{b}{a} \quad \frac{a}{c} \quad \frac{c}{a} \quad \frac{b}{c} \quad \frac{c}{b}$$

Sekans

$$\sec(\alpha) =$$

Cosekans

$$\csc(\alpha) =$$

(noch ungebräuchlicher)

$$\frac{c}{b} \quad \frac{c}{a}$$

Einfache Umrechnungen:

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{\cot(\alpha)}$$

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

$$\csc(\alpha) = \frac{1}{\sin(\alpha)}$$

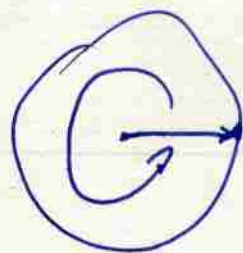
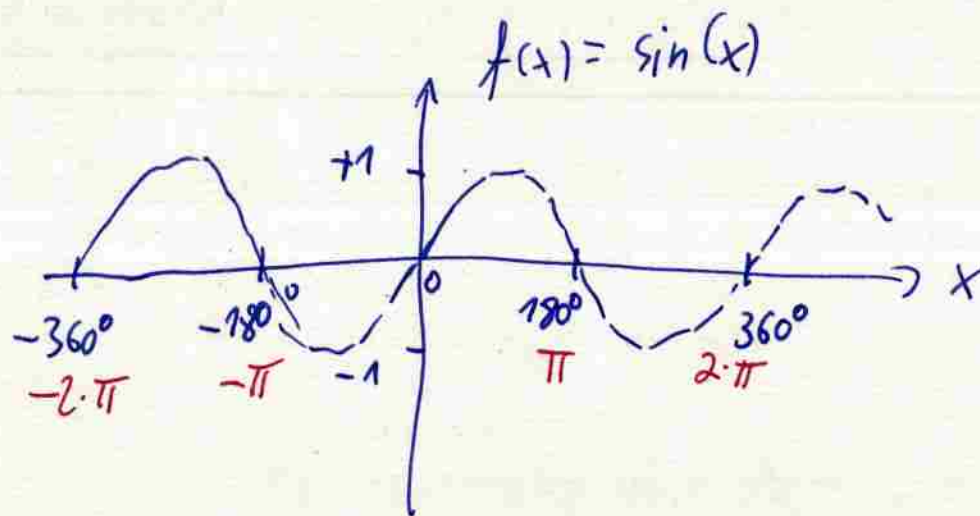
$$\cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{\sec(\alpha)}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{1}{\csc(\alpha)}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$



$0^\circ$   
 $= 360^\circ$   
 $0 = 2 \cdot \pi$   
 (Bogenmaß)

Gemeinsame Eigenschaft:  
periodizität mit  $\pi$   
oder  $2 \cdot \pi$

$$\begin{aligned}
 \sin(\alpha + 2 \cdot \pi) &= \sin(\alpha + 4 \cdot \pi) \\
 &= \sin(\alpha + 6 \cdot \pi) = \sin(\alpha + 2n \cdot \pi) \\
 &= \sin(\alpha)
 \end{aligned}$$

$$\forall n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned}
 \tan(\alpha + n \cdot \pi) &= \tan(\alpha) \\
 \forall n \in \mathbb{Z}
 \end{aligned}$$

9.2 c)  $\frac{x-1}{x-2} > 1$

Fallunterscheidungen:  
 $x-2$  positiv oder negativ

$$\frac{x-1}{x-2} > 1 \quad || \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x-2} \cdot x-2 \begin{pmatrix} >? \\ <? \end{pmatrix} 1 \cdot (x-2)$$

$$\Leftrightarrow x-1 \begin{pmatrix} >? \\ <? \end{pmatrix} x-2$$

$x-2$  negativ  $\swarrow$   
 $\Leftrightarrow x < 2 \quad \begin{pmatrix} >? \\ <? \end{pmatrix} = <$

$$x-1 < x-2 \quad || +1$$

$$x < x-1 \quad || +1$$

$$x+1 < x$$

$$\mathcal{L} = \{ \}$$

$x-2$  positiv  $\Leftrightarrow x > 2 \quad \begin{pmatrix} >? \\ <? \end{pmatrix} = >$

$$x-1 > x-2 \quad || +1$$

$$x > x-1 \quad || -x$$

$$0 > -1$$

Tautologie (immer wahr)

$$\mathcal{L} = \mathbb{R}$$

$$x-1 < x-2 \parallel +1$$

$$x < x-1 \parallel -x$$

$$0 < -1 \text{ Kontradiktion (Widerspruch)}$$

$$\mathcal{L} = \{\} = \emptyset$$

$$\sqrt[n]{x^n} = x$$

$$a = x^n \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a = a^1 = a^{\frac{n}{n}} \parallel \sqrt{\quad}$$

Wurzel / Potenzen sind Invers!

$$\Leftrightarrow \sqrt[n]{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n} = \sqrt[n]{a^{\frac{n}{n}}}$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

$$= a^{\frac{m}{n}} \quad a^{\frac{m}{n}}$$

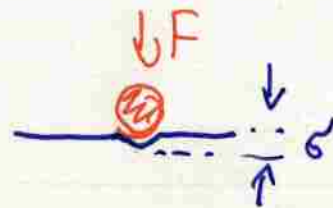
$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5^2} &= 5^{\frac{2}{3}} \rightarrow \approx 2,924 \\ &\downarrow \quad \searrow \\ \sqrt[3]{25} &\quad \left(\sqrt[3]{5}\right)^2 \\ &\downarrow \quad \searrow \\ \approx 2,924 &\quad \approx (1,710)^2 \\ &\quad \approx 2,924 \end{aligned}$$

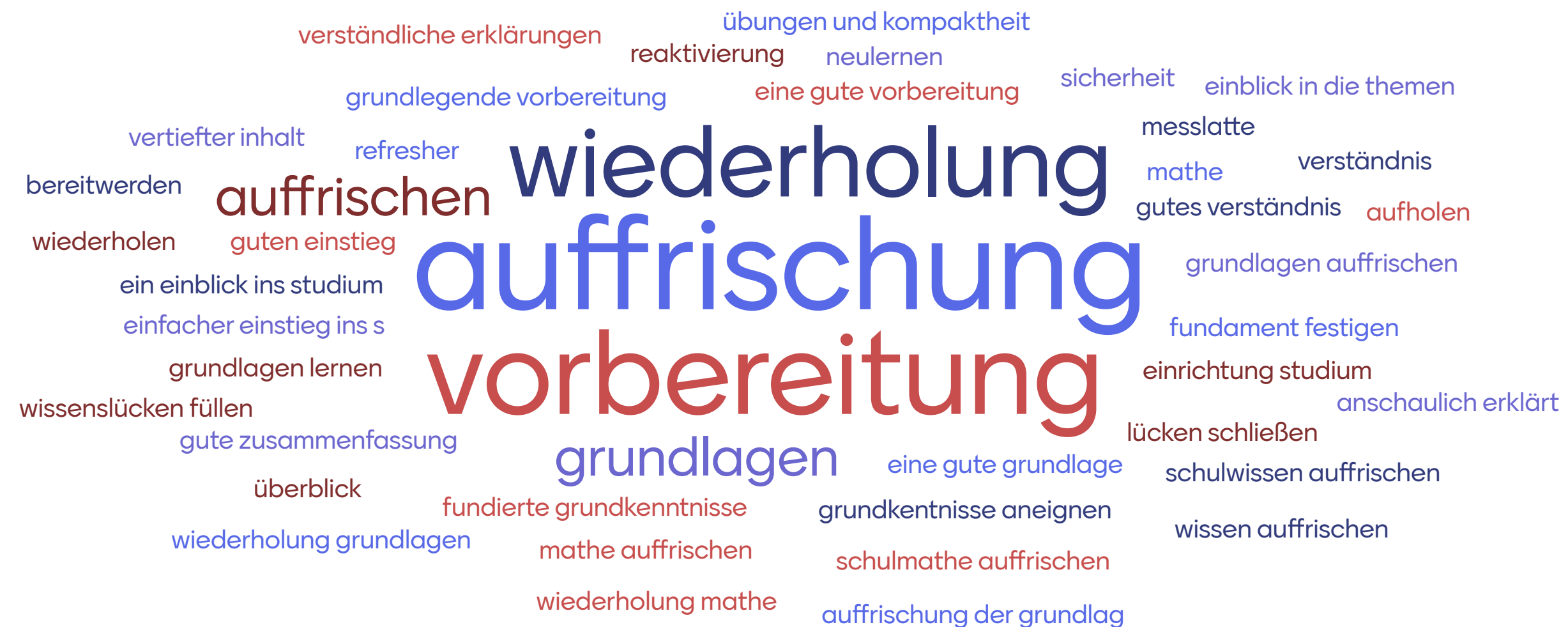
Praxisbeispiel: Hertzsche Pressung: Elastischer Kontakt Kugel  $\leftrightarrow$  Fläche  
(Masch.-Bau) (Wälzlager, Kugellager, Zahnflankenkontakte)

Kugelradius  $R$   
Kraft  $F$   
Eindringtiefe  $\delta$

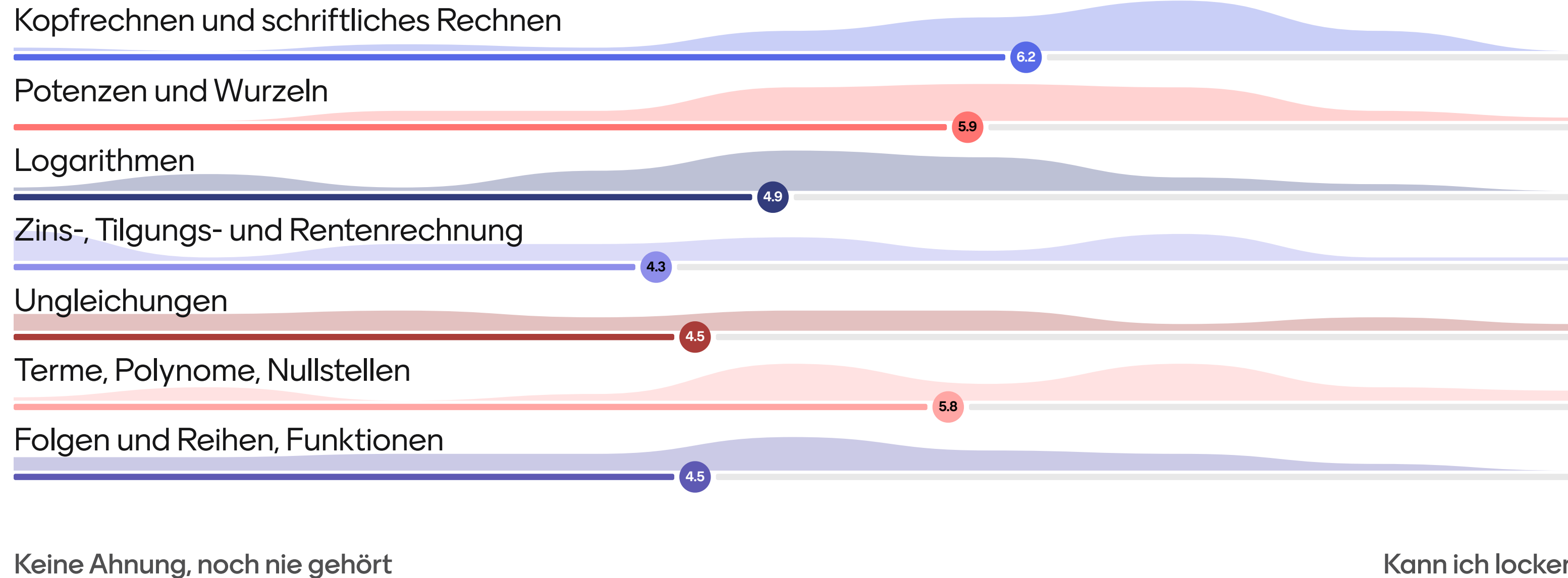
$$F = \frac{4}{3} \cdot E \cdot \sqrt{R} \cdot \delta^{3/2}$$



# Was erwarten Sie von diesem Kompaktkurs?



# Wie schätzen Sie Ihre Vorkenntnisse ein? (1 von 2)



# Wie schätzen Sie Ihre Vorkenntnisse ein? (2 von 2)

